

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПУАССОНОВСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ В ПЛЕЗИОХРОННОМ СОЕДИНЕНИИ

**Бирюков Н.Л., Триска Н.Р.**

*Институт телекоммуникационных систем КПИ им. Игоря Сикорского*

*E-mail: nlbir2@ukr.net, ntriska@ukr.net*

### The slip analysis in the plesiochronous connection using Poisson model

The probabilistic analysis of slips in plesiochronous connections using the Poisson model is presented. The simulation of slip dynamics in the single and multiple connections in plesiochronous networks was performed.

Существует несколько подходов к оцениванию проскальзывания как в одиночном соединении, так и в цепи последовательных соединений. Самый распространенный подход использует принцип “наихудшего случая”, т.е. оценку проскальзывания при экстремальном отклонении частот. При этом предполагается, что сравниваемые частоты максимально удалены друг от друга и находятся на противоположных границах диапазона  $[f_0 - \Delta f, f_0 + \Delta f]$  допустимых отклонений частоты  $\Delta f$  от номинального значения  $f_0$  [1, 2]. Другими словами, если  $f_1 = f_0 - \Delta f$ , а  $f_2 = f_0 + \Delta f$ , то  $f_2 - f_1 = 2\Delta f$ , что для нормированной частоты  $y = \Delta f / f_0$  равно  $2y$ .

Второй – вероятностный подход предполагает случайный порядок размещения частот в пределах допустимого диапазона [2]. Если сравниваемые частоты могут с равной вероятностью находиться на любых позициях в диапазоне  $[-1, +1]$ , то нормированный модуль разности распределен по закону:

$$p_{\xi}(|y|) = 1 - \frac{1}{2}y, \quad y \in [0, 2] \quad (1)$$

В предположении нормального распределения двух частот на интервале  $[-1, 1]$ <sup>[1]</sup>, абсолютная величина их разности равна:

$$p_{\xi}(|y|) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}, \quad y \in [0, 2] \quad (2)$$

Приведенные выше подходы позволяют получать оценки при экстремальном отклонении частот или значения, ожидаемые в среднем либо при заданной вероятности проскальзывания в соединении с двумя независимыми генераторами одинаковой точности, то есть в плезиохронном режиме. Однако при непосредственном распространении этих подходов на последовательно соединенные линии следует внести некоторые уточнения. Например, можно распространить “экстремальный” подход, разделив ожидаемое время проскальзывания на одном участке на количество участков в соединении. Однако моделирование “экстремального” случая показывает, что вероятность нахождения частот на противоположных границах диапазона равна вероятности того, что их значения совпадают [2]. Как следствие, среднее число экстремальных отклонений сокращается в два раза.

<sup>[1]</sup>Принято, что нормированный диапазон  $2 \cong 2\Delta f \approx 6\sigma$

Моделирование разбросов частот по участкам составного соединения и разброса при последовательной организации составного соединения, показывает характерные отличия между ними [2]. Отличие заключается в том, что в первом случае интервал между проскальзыванием меньше и монотонно убывает. Во втором случае интервал времени между проскальзыванием в среднем оказывается больше, чем в первом случае, а также наблюдается увеличение интервала проскальзывания на двух последовательных участках из-за того, что одна и та же частота участвует в двух соединениях – входящем и исходящем. Оценивание проводилось по абсолютной величине расхождения частот на каждом участке с последующим суммированием абсолютных расхождений. В качестве рабочей гипотезы учтено то, что знак отклонения частоты может совпадать или отличаться, что в последовательном соединении может приводить к снижению вероятности проскальзывания и увеличению временного интервала между проскальзыванием. Если знак совпадает, то расстояние между частотами  $\delta$  не превышает половину допустимого диапазона  $\delta \leq \Delta f$ , при различных знаках отклонения частот в соединении набег фазы также имеют противоположные знаки и компенсируют друг друга, снижая вероятность проскальзывания.

Цель настоящей работы заключается в уточнении динамики проскальзывания (методики расчета) в составном соединении. Поток любых редких событий можно представить Пуассоновским потоком [3]. Результаты моделирования [2] показывают, что поток интервалов проскальзывания циклов имеет экспоненциальное распределение, что также согласуется с данными [4] об экспоненциальном распределении времени проскальзывания ФАПЧ. В данной работе представлены результаты использования модели Пуассоновского потока при оценивании проскальзывания в соединении из нескольких последовательно соединенных центров коммутации (рис. 1).

Проскальзывания возникают через интервалы времени  $t_{sl}$ , в течение которых сдвиг фаз сигналов записи и считывания, обусловленный разностью частот, превышает некоторую допустимую величину  $x_{lim}$ . Представив нормированную разность частот как  $\delta y_0$ , а допустимую величину сдвига – как  $x_{lim}$ , можно записать условие возникновения проскальзывания в виде:

$$x_{lim}(t) \leq t \cdot \delta y_0 \quad (3)$$

Разность частот  $\delta y_0$  и фаза расхождения частот записи и считывания в общем случае представляют случайную величину. Например, при “экстремальном” оценивании (когда  $\delta = 2y_0$ ) такие отклонения при сравнении частот с нормальным или равномерным распределением возникают с вероятностью порядка  $\sim 10^{-5}$ . Значения  $\delta$  для распределений (1) и (2) с равномерным (UD) и нормальным (ND) распределением частот приведены в таблице 1. Номинальные нормированные величины точности  $y_0 = 10^{-v}$  в телекоммуникационных приложениях находятся в диапазоне  $10^{-6} \div 10^{-12}$ . Допустимое расхождение фаз, в зависимости от приложений, может варьироваться от примерно половины единичного интервала, нескольких бит или байт в указателях SDH, до половины емкости буферной памяти (БЗУ) и,

например, в ЦАТС составляет 125 мкс. Из (3) получаем ожидаемую величину интервала проскальзывания  $t_{sl} = x_{lim}/\delta y_0$ , при этом средняя интенсивность проскальзывания равна:

$$\lambda = \delta \cdot 10^{-v} / x_{lim}, \quad (4)$$

где значение  $\delta$  зависит от принятых предположений, приведенных в таблице 1. Например, при равномерном распределении  $\delta=0,67$ , и интенсивность проскальзывания почти в 3 раза меньше, чем в “худшем случае”, а при нормальном распределении – в 5 раз меньше. Графики на рис.2 и 3 иллюстрируют распределение проскальзывания при  $v=11$  и  $x_{lim}=125$  мкс (варианты экстремального оценивания,  $|UD + UD|$  и  $|ND + ND|$ ) на одном и нескольких участках соединения. Использование Пуассоновской модели в случае пакетной передачи оставлено для дальнейшего исследования.

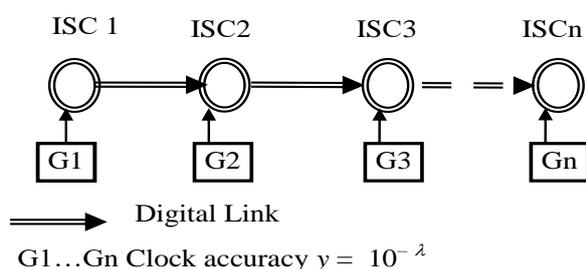


Рис. 1. Гипотетическое соединение  $n$  коммутационных центров (ISC).

Таблица 1.

Параметр	$\delta$		
	$ ND + ND $	$ UD + UD $	Extreme
Среднее $\mu_1 =$	$\approx 0.38$	$\approx 0.67$	2
Стандарт $\sigma =$	$\approx 0.28$	$\approx 0.47$	–
$\lambda \sim$	$0.4 \cdot 10^{-v}$	$0.7 \cdot 10^{-v}$	$2 \cdot 10^{-v}$

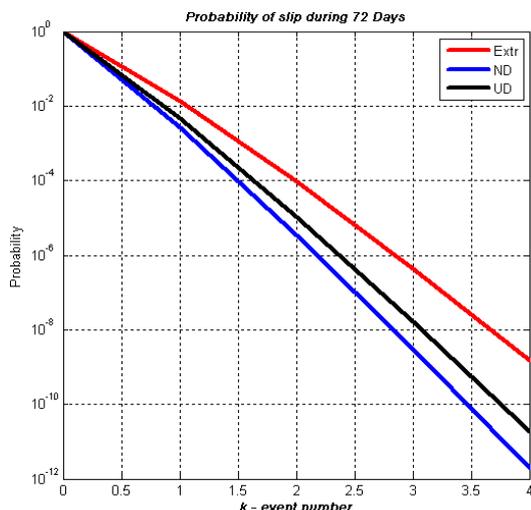


Рис. 2. Вероятность проскальзывания в течение 72 дней на 1 участке при различных интенсивностях Пуассоновского потока.

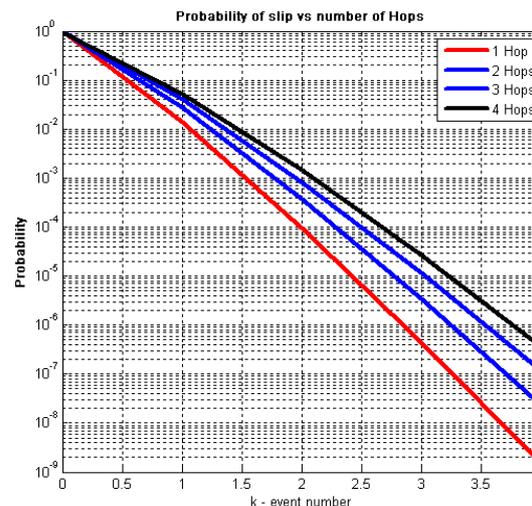


Рис. 3. Зависимость вероятности проскальзывания от числа последовательно соединенных участков и при различных интенсивностях Пуассоновского потока.

### Литература

1. Бирюков Н.Л., Триска Н.Р. Анализ проскальзывания в плездохронной сети. Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт, 2016. – Том 10, №2. – С. 19-24.
2. Бирюков Н.Л., Триска Н.Р., Шварц М.Л. Режимы синхронизации и качественные показатели передачи. – Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – № 2-2019. – С.52-57.
3. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – 2-е издание переработанное и дополненное. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
4. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд.: Пер. с англ. – М: Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 1104 с.: ил.