

ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ КООРДИНАТ АППАРАТУРЫ ПОТРЕБИТЕЛЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СИГНАЛА ОДНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Шарко В.П., Цулая А.В.

НЦ «Альмадавир», ул. Деловая 5а, Киев 03150, Украина

Email: vadim.vegov@almadavir.com

Precise Estimation of Mobile Ground Station Coordinates from a Single Satellite Signal

Spatial wave front estimation of signals emitted by global navigation satellite systems (GNSS) may provide accurate geo – positioning even when only one or two satellites are located in the receiver's field of view. The paper studies the maximum achievable precision of the coordinate estimation by a navigation receiver based on statistical methods used in radiolocation.

Использование характеристик пространственно-временного сигнала (ПВС) космического аппарата (КА) спутниковой навигационной системы (СНС) может расширить функциональные возможности аппаратуры потребителя (АП). Оценки параметров фазового фронта (ФФ) ПВС могут быть источником дополнительных данных для, например, определения координат, скорости и времени АП по 1-му или 2-м КА, решения навигационной задачи в условиях активных преднамеренных помех, определения ориентации АП, исследования атмосферных явлений фазовыми системами с большой базой, и, вероятно, других задач [1, 2].

В основе идеи определения координат АП с оцениванием параметров ПВС 1-го или 2-х КА лежат следующие рассуждения. Пусть в евклидовом пространстве E^3 определены глобальная система координат (ГСК) с началом O в центре Земли, ортонормированным базисом $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$, и локальная система координат (ЛСК) с началом в произвольной точке A и ортонормированным базисом $(\mathbf{e}_x^a, \mathbf{e}_y^a, \mathbf{e}_z^a)$, заданным так, что

$$\mathbf{e}_x^a = \mathbf{M}\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y^a = \mathbf{M}\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z^a = \mathbf{M}\mathbf{e}_z,$$

где \mathbf{M} - матрица поворота базиса ЛСК относительно ГСК. Пусть также в этом пространстве радиус-вектор \mathbf{R}_1 характеризует местоположение КА в ГСК, радиус-вектор \mathbf{R}_a характеризует местоположение АП в ГСК, и радиус-вектор \mathbf{R}_1^a характеризует местоположение КА в ЛСК. Тогда, учитывая свойства произвольного евклидова пространства, можно записать, что

$$\mathbf{R}_a = (X_1 - X_1^a \mathbf{M})\mathbf{e}_x + (Y_1 - Y_1^a \mathbf{M})\mathbf{e}_y + (Z_1 - Z_1^a \mathbf{M})\mathbf{e}_z. \quad (1)$$

Значения X_1, Y_1, Z_1 считаются известными, так как эти данные извлекаются АП из навигационного сообщения, передаваемого КА [2]. Полагая, что ориентация АП, задаваемая матрицей \mathbf{M} , однозначно определена, из

выражения (1) следует теоретическая возможность вычисления координат АП X_a, Y_a, Z_a при условии, что координаты X_1^a, Y_1^a, Z_1^a известны. Задача определения координат КА в ЛСК может быть решена с использованием измерителя параметров ПВС КА, а точность определения координат АП будет определяться точностью оценки координат КА в ЛСК. Рассмотрим подробнее.

Пусть $\mathbf{x}(\mathbf{R})$ - вектор, описывающий аддитивную смесь ПВС КА, принимаемого АП, и помехи, порождённой внутренними и внешними шумами, $\mathbf{R} = (X_1^a, Y_1^a, Z_1^a) \equiv (X, Y, Z)$ - вектор неизвестных координат КА в ЛСК, являющийся непрерывной случайной величиной (СВ) с известной плотностью распределения $p(\mathbf{R})$. Пусть $\hat{\mathbf{R}}$ - оценка неизвестного параметра \mathbf{R} . В статистическом смысле $\hat{\mathbf{R}}$ является СВ, и оптимальный измеритель обеспечивает наилучшее качество оценки по выбранному критерию. В теории радиолокации часто используют критерий минимального среднего риска [3], на основе которого с использованием теоремы Байеса при условии регулярности модели можно получить матрицу точности при известной функции правдоподобия (ФП) $p(\mathbf{x}/\mathbf{R})$

$$\mathbf{C}_E \equiv \mathbf{C}^{-1} = \left\| -\frac{d^2}{dR_i dR_k} \ln p(\mathbf{x}/\mathbf{R}_{\max}) \right\|^{-1}, i, k = 1, 2, 3, \quad (2)$$

диагональные элементы которой определяют дисперсии оценок векторного параметра \mathbf{R} , то есть координат X_1^a, Y_1^a, Z_1^a , а \mathbf{R}_{\max} соответствует максимуму ФП. Полученная оценка совпадает с наилучшей среди несмещённых оценок, определяемой теоремой Рао – Крамера [4]. Полагая, что единичный составляющий импульс фазоманипулированного сигнала, эквивалентного спецификации “PRN” системы GPS, в одном антенном элементе (АЭ) плоской антенной решётки (АР) на фоне некоррелированного стандартного нормального шума при условии одинаковых АЭ и начальной фазе, равной 0, можно описать функцией

$$x_i(t) = s_i(t, X, Y) + n_i(t) = uu_0(t) \cos\left(k \frac{X}{R} r_{i-1x} + k \frac{Y}{R} r_{i-1y} - wt\right) + n_i(t), \quad (3)$$

где u - амплитуда колебания в АЭ, $u_0(t)$ - функция, описывающая одиночный видеоимпульс длительностью t_d , k - модуль волнового вектора, r_{i-1x}, r_{i-1y} : координаты i -го АЭ, w - циклическая частота, и получив логарифмическую ФП в скалярном виде

$$\ln p(\mathbf{x}/\mathbf{R}) \approx C + \frac{1}{2} q^2 \sum_{i=1}^N \cos\left(k \frac{r_{i-1x}}{R} (X_1 - X) + k \frac{r_{i-1y}}{R} (Y_1 - Y)\right), \quad (4)$$

где q^2 - отношение сигнал/шум (ОСШ) в одном АЭ, диагональные элементы матрицы точности (2) будут равны:

$$\sigma_x^2 = \frac{2R^2}{q^2 k^2} \frac{\sum_{i=1}^N r_{i-1y}^2}{A}, \quad \sigma_y^2 = \frac{2R^2}{q^2 k^2} \frac{\sum_{i=1}^N r_{i-1x}^2}{A}, \quad (5)$$

где

$$A \equiv \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N r_{i-1x}^2 r_{i-1y}^2 - \left(\sum_{i=1}^N r_{i-1x} r_{i-1y} \right)^2.$$

На рис. 1 представлены результаты расчётов среднеквадратических отклонений (СКО) оценок по выражениям (5) для двух различных конфигураций АР, N - число АЭ, $D_r = r_i - r_{i-1} = \text{const}$, в зависимости от ОСШ, и результаты, полученные при статистическом моделировании. Из рис. 1 следует, что экспериментальные данные хорошо согласуются с аналитическими выражениями.

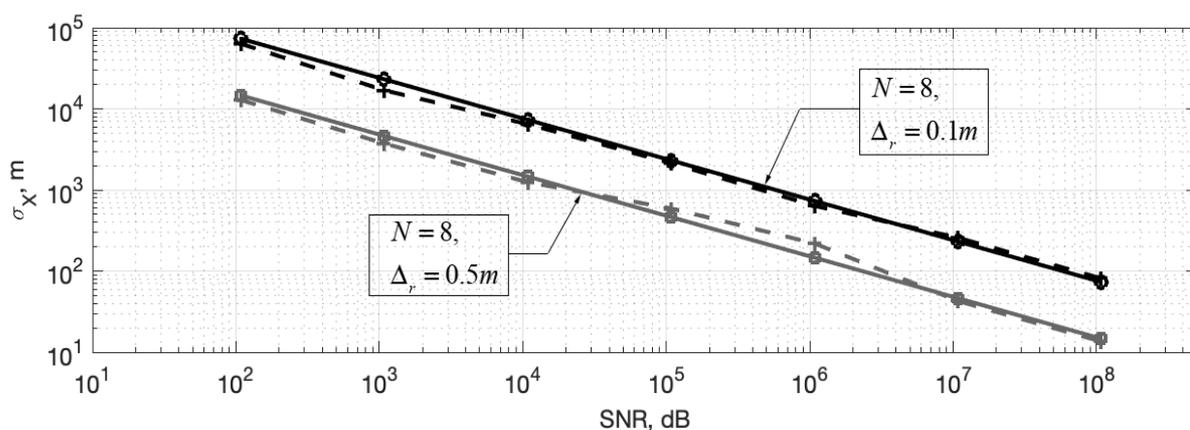


Рис. 1. Зависимости точности оценок от ОСШ и конфигурации АР

По результатам анализа и моделирования можно сделать вывод о том, что для достижения приемлемой СКО оценок в АР размером от метра до нескольких метров необходимо обеспечивать достаточно большое ОСШ до 70 ... 80 дБ. На практике это может оказаться трудно решаемой задачей, что требует поиска новых методов и алгоритмов оценок параметров. Одним из таких подходов может оказаться следящий режим, в котором используется доопытное распределение $p(\mathbf{R})$. К примеру, можно показать, что при неподвижном КА оценка при условии использования данных точно такого же измерения из предыдущего цикла уменьшает дисперсию в два раза.

Литература

1. Шарко В. П. Методика определения навигационных параметров движущихся объектов по волновому фронту сигналов радионавигационных систем: дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук / Шарко Вадим Павлович. – Киев, 2012. – 150 с.
2. Соловьёв Ю. А. Системы спутниковой навигации. – М.: Эко-Трендз, 2000. – 267 с.
3. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику: Учебник. – М.: Издательство ЛКИ, 2010, - 600 с.