

ЙМОВІРНІСТЬ ПЕРЕРИВАННЯ ЗВ'ЯЗКУ В МІМО-СИСТЕМІ З ОБМЕЖЕНИМ ВІДНОШЕННЯМ СИГНАЛ-ШУМ

Кравчук С.О.

Інститут телекомунікаційних систем НТУУ «КПІ», Україна

E-mail: sakravchuk@ukr.net

Mathematical model of the outage probability in MIMO-system with Rician fading and limited signal-to-noise

The mathematical model of MIMO-system for Rician fading conditions considering the limited signal-to-noise ratio SNR values in coefficients of transmission modes for diversity and multiplexing, allowing more realistically analyze the possibility of a tradeoff between these two regimes in the MIMO system. Thus revealed that significantly reduces the spatial correlation coefficient attainable transmission diversity limited SNR compared to the asymptotic values of high SNR. Transfer coefficient at the diversity and taking into account the limitations SNR to evaluate the additional power required, which is required to reduce the likelihood of errors when used in MIMO-system adaptation data rate.

На даний час значного поширення при розробці сучасних систем безпроводового доступу набув метод просторово-часового кодування сигналу, при якому передача даних здійснюється за допомогою багатоантенної системи множинного входу і множинного виходу МІМО (Multiple Input Multiple Output), що дозволяє збільшити пропуску здатність безпроводового каналу [1].

Технологія МІМО характеризується просторовими рознесенням (Spatial Diversity) і мультиплексуванням (Spatial Multiplexing). Просторове рознесення обумовлюється можливістю рознесення антен приймачів і передавачів, при якому копії сигналу передаються з кількох антен, або приймаються на більш ніж одну антену. Просторове мультиплексування полягає в одночасній передачі більш ніж одного просторового потоку даних на одній частоті. Тому побудова надійних і ефективних МІМО-систем тісно пов'язана з постійним пошуком компромісу між просторовим рознесенням, яке збільшує енергетичний ресурс, і просторовим мультиплексуванням, що підвищує смуговий ресурс.

Теоретичний опис такого компромісу був представлений в [2], де було отримано асимптотичні межі представлення двох режимів роботи МІМО-системи: рознесення і мультиплексування як методів підвищення надійності і спектральної ефективності, відповідно. Однак отримана асимптотична характеристика компромісу дійсна тільки для випадку високошвидкісної передачі даних і, відповідно, низького рівня помилок, тобто дуже високих значень відношення сигна-шум SNR, що не є типовим для реальних систем радіозв'язку.

Хоча на даний час мають місце ряд математичних виразів для опису взаємної інформації МІМО і, відповідно, ймовірності переривання зв'язку,

але вирази для випадку врахування компромісу між режимами рознесення та мультиплексування нам не відомі. При цьому з появою малорозмірних комірок в системах радіодоступу (наприклад, мікросітьників) та розвитком систем міліметрового діапазону хвиль збільшується потреба в теоретичній базі щодо умов поширення сигналу при райсовських завмираннях, коли мають місце дві складові: прямої видимості LOS (line-of-sight) і непрямой видимості NLOS (nonline-of-sight).

Таким чином, метою даної роботи є розробка математичної моделі MIMO-системи для умов райсовських завмирань з урахуванням обмежених значень SNR в коефіцієнтах передачі для режимів рознесення та мультиплексування; отримання функціональної залежності ймовірності переривання зв'язку такої системи при врахуванні компромісу між рознесенням і мультиплексуванням.

Розглянемо вузькосмугову MIMO-систему з N передавальними і M приймальними антенами. Відповідно просторовий канал такої системи буде мати матрицю \mathbf{H} розмірністю $N \times M$.

У випадку райсонівських завмирань канална матриця може бути записана у вигляді $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{LOS}} + \mathbf{H}_{\text{NLOS}}$, де \mathbf{H}_{LOS} і \mathbf{H}_{NLOS} – каналні матриці компонент прямої видимості LOS і непрямой видимості NLOS, відповідно. При відсутності просторової кореляції часто використовувані моделі для цих матриць наступні: $\mathbf{H}_{\text{LOS}} = [K / (K + 1)]^{1/2} \mathbf{1}_{N \times M}$ і $\mathbf{H}_{\text{NLOS}} = [1 / (K + 1)]^{1/2} \mathbf{H}_w$, де K – райсовський K -фактор; $\mathbf{1}_{N \times M}$ – матриця розмірністю $N \times M$, що складається з одиниць; \mathbf{H}_w – матриця розмірністю $N \times M$, елементи якої є комплексними гауссівськими випадковими змінними з нульовим середнім і одиничною дисперсією.

На практиці значення SNR обмежені, тому виникає потреба в новому аналізі компромісу між рознесенням і мультиплексуванням для реальних SNR з урахуванням PER. Коефіцієнт передачі при мультиплексуванні r визначається як відношення R до пропускної здатності каналу з AWGN при snr з коефіцієнтом передачі решітки q : $r = R / \log_2(1 + q \text{snr})$.

При низьких значеннях SNR коефіцієнт передачі решітки залежить від взаємної інформації I MIMO-каналу. При умові $\text{limit snr} \rightarrow 0$, $I \approx \log_2 \left[1 + \frac{\text{snr}}{N} \|\mathbf{H}\|_F^2 \right]$, де $\|\mathbf{H}\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |h_{ij}|^2}$ – норма Фробеніуса матриці каналу. Таким чином, для порівняння характеристик рознесення і переривання зв'язку нахрест різних N і M при низьких і середніх значеннях SNR, коефіцієнт передачі решітки q обирається так, що $g = \frac{1}{N} M [\|\mathbf{H}\|_F^2] = M$.

При постійному коефіцієнту передачі при мультиплексуванні спектральна ефективність збільшується при збільшенні SNR. Коефіцієнт передачі при мультиплексуванні r забезпечує індикацію чутливості поведінки адаптації швидкості передачі даних при зміні SNR.

Коефіцієнт передачі $d(r, \text{snr})$ при рознесенні системи з адаптацією по швидкості передачі даних з фіксованим коефіцієнт передачі

мультиплексування r при $\text{SNR} = \text{snr}$ визначається негативним нахилом кривої ймовірності переривання зв'язку від SNR в логарифмічному масштабі.

$$d(r, \text{snr}) = -\text{snr} \frac{\partial \ln P_{\text{out}}(r, \text{snr})}{\partial \ln \text{snr}},$$

$P_{\text{out}}(r, \text{snr}) = \Pr[I < r \log_2(1 + q \text{snr})]$ – ймовірність переривання зв'язку МІМО-системи як функція від коефіцієнту передачі при мультиплексуванні і SNR .

При райсовських завмираннях ймовірність переривання зв'язку як нижня можлива межа може бути визначена через функцію одновимірної щільності імовірності (ФЩІ) F_{X_l} у наступному вигляді $P_{\text{out}}(r, \text{snr}) > \prod_{l=1}^N F_{X_l}(\tilde{\beta}_{\rho,l})$, де $r = \sum_{l=1}^N \tilde{\beta}_l \tilde{\beta}_0 = 0$; $\tilde{\beta}_{\rho,l} = [(1 + g\rho)^{\tilde{\beta}_l} - (1 + g\rho)^{\tilde{\beta}_{l-1}}]N/\rho$; X_n - незалежні випадкові змінні ($0 < x_1 < \dots < x_N$). Для $l = 1, 2, \dots, N-1$ X_l є гамма-змінною з параметрами $(M - N + 2l - 1, 1 / (K + 1))$, а X_N – нецентральною гамма-змінною з параметром форми $M + N - 1$, нецентральним параметром KMN і параметром масштабування $1/(K+1)$. Тоді для $l = 1, 2, \dots, N$ буде справедливим нерівність ймовірностей $\Pr[\lambda_{\text{райс},N} < x_l] \geq \Pr[\sum_{n=1}^l X_n < x_l]$.

Висновок.

Розроблено математичну модель МІМО-системи для умов райсовських завмирань з урахуванням обмежених значень SNR в коефіцієнтах передачі для режимів рознесення та мультиплексування, що дозволило більш реально проаналізувати можливість досягнення компромісу між цими двома режимами в МІМО-системі. При цьому виявлено наступне.

Коефіцієнт передачі при рознесенні та при врахуванні обмеження SNR дозволяє оцінити додаткову необхідну потужність, яка потрібна для зменшення ймовірності помилки на задане значення при використанні в МІМО-системі адаптації по швидкості передачі даних. Коефіцієнт передачі по рознесенню в залежності від SNR для фіксованих коефіцієнтів передачі по мультиплексуванню може бути визначений за допомогою негативного нахилу кривої графіку функції ймовірності переривання зв'язку від SNR в логарифмічному масштабі.

Наявність LOS-компонентів при райсовських завмираннях робить коефіцієнт передачі при рознесенні більшим у випадку асимптотично високих значень SNR .

У випадку наближення коефіцієнту передачі при мультиплексуванні до нуля, приведений обмежений коефіцієнт передачі при рознесенні в залежності від SNR залишається одним і тим же для різних МІМО-систем і зовнішнього середовища поширення.

Література

1. Ільченко М.Ю., Кравчук С.О. Телекомунікаційні системи широкосмугового радіодоступу. – К.: Наукова думка, 2009. – 312 с.
2. Zheng L., Tse D.N.C. Diversity and multiplexing: A fundamental tradeoff in multiple antenna channels // IEEE Trans. Inf. Theory. – 2003. - vol. 49, № 5. - P. 1073–1096.