УДК 681.513

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ АВТОМАТИЗАЦИИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАДЕЖНОСТИ КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

Зайченко Ю. П., Васильев В.И.,
Вишталь Д.М., Любашенко Н.Д.
НТУУ «КПИ»
E-mail: d.vishtal@kpi.ua

Some questions of automation problem decision of reliability of communication networks

Questions of presentation of properties of monotonous system of big dimension with complex structural organization by corresponding structural functions are considered.

Для автоматизированного решения задач структурно-параметрического анализа коммуникационных сетей требуется разработка соответствующего математического, алгоритмического и программного обеспечения. Первая проблема, требующая решения – это проблема представления свойств соответствующими структурными функциями.

Структурно-параметрический анализ надежностных свойств коммуникационной сети на всех этапах ее жизненного цикла – проектирования, создания, эксплуатации и развития, предполагает установление зависимости ее вероятностно-временных характеристик от соответствующих характеристик ее элементов, структурной организации сети и критерия работоспособности сети.

Пусть G(Y;X) – связный граф, представляющий структурную организацию сети, где

$Y=[y_{1,\ldots,}y_m]$ – множество вершин (узлов сети);

$X=[x_{1,\ldots,}x_n]$ – множество ребер (дуг).

С целью упрощения узлы сети считаются абсолютно надежными.

Состояние ребер (дуг) задается индикаторами:

$x_k(t) = 1$, если в момент t элемент x_k работоспособен;

$x_k(t) = 0$, если в момент t элемент x_k неработоспособен.

Каждому k-му ребру x_k поставим в соответствие альтернирующий случайный процесс восстановления (Θ_k, ξ_k), $k=\overline{1,n}$, где Θ_k - случайное время работоспособности k-го элемента, а ξ_k - случайное время восстановления k-го элемента. Граф может быть неориентированным, частично или полностью ориентированным. В качестве простейшей модели коммуникационной сети, представляющей эволюцию ее структуры во времени, рассматривается стохастический граф.

Интерес представляют вероятностно-временные характеристики сети относительно заданного свойства (отношения) Q на множестве элементов графа.

Например, граф обладает свойством (s-t)-связности, если между узлами s и t существует, по крайней мере, один простой путь. Граф обладает свойством связности, если существует, по крайней мере, одно остовное дерево. Граф обладает свойством двусвязности, если между каждой парой узлов существует, по крайне мере, один простой цикл. Наконец, свойство может задаваться сценарием допустимых связей между узлами при ограничениях на длину путей, циклов и т.п.

Разумно заданные свойства образуют некоторую алгебраическую структуру. Если некоторое свойство Q имеет структурную интерпретацию, то его можно представить соответствующей структурной функцией. Основанием такого представления служат законы Буля [1-3]. Первый из законов отвечает на вопрос, когда свойства образуют булеву алгебру ?

I закон Буля: Пусть свойства обозначены буквами, слова "и","или", "не" символами "$\wedge$","$\vee$" ' ", а высказывание "из x следует y" - как $[x]\subseteq[y]$. Тогда свойства образуют булеву алгебру.

II закон Буля: Соответствие $x \to [x]$ между свойством и классом объектов, обладающих данным свойством, является изоморфизмом между булевой алгеброй свойств и булевой алгеброй классов:

$x \wedge y=[x] \wedge [y]$; $x \vee y=[x] \vee [y]$; $x'=[x]'$

В силу этих законов многие задачи комбинаторной логики свойств и классов могут быть решены алгебраическим путем. Так как булевы алгебры (булевы решетки) суть частично упорядоченные множества, то этим обстоятельством можно воспользоваться при представлении свойства соответствующей структурной функцией. Множество всех подграфов графа с отношением включения имеет структуру дистрибутивной решетки и так как в этой решетке каждый элемент имеет дополнение, то это по определению булева решетка. Чтобы воспользоваться порядковыми соображениями для нахождения минимальной по литералам [2] структурной функции, соответствующей свойству Q, требуется, в зависимости от того что проще, либо находить полное семейство минимальных подграфов, обладающих свойством Q (это будет семейство минимальных трансверсалей свойства Q) или находить полное семейство максимальных подграфов, не обладающих свойством Q. В дальнейшем отрицание свойства Q обозначим как Q'. Кольцевая сумма графа сети с каждым максимальным подграфом - носителем свойства Q', дает полное [10-11] семейство минимальных трансверсалей, двойственных по отношению к семейству минимальных трансверсалей свойства Q.

Подграф графа по отношению к свойству Q называется минимальным, если он обладает свойством Q и не содержит собственного подграфа, обладающего этим свойством.

Подграф графа по отношению к свойству Q' называется максимальным, если он обладает свойством Q' и не является собственным подграфом никакого другого подграфа, обладающего этим свойством.

Аналогичным образом задаются понятия минимального и максимального подмножества некоторого множества относительно заданного на этом множестве свойства. Интуитивно ясно, что эти два двойственных семейства минимальных трансверсалей соответствуют двум двойственным по отношению друг к другу структурным функциям, а их минимальные трансверсали суть простые импликанты соответствующих структурных функций. Сказанное может быть резюмировано простым, но важным, утверждением.

Теорема. В любой дистрибутивной решетке каждая структурная функция представима в виде $\bigvee_{\{f_i\}\in I} \left(\bigwedge_{k_i\in\{f_i\}} x_{k_i} \right) = \varphi(x_1,\ldots,x_n) = \bigwedge_{\{\psi_j\}\in J} \left(\bigvee_{r_j\in\{\psi_j\}} x_{r_j} \right)$, где:

$I = \{\{f_1\} \ldots \{f_k\}\}$ – семейство минимальных трансверсалей, ассоциированных с заданным свойством Q.

$\{f_i\}$ – множество индексов элементов (переменных), образующих минимальный подграф, обладающий свойством Q, или просто минимальный носитель свойства.

$J = \{\{\psi_1\}\ldots\{\psi_r\}\}$ - семейство двойственных минимальных трансверсалей, ассоциированных с заданным свойством Q.

$\{\psi_j\}$ - множество индексов элементов (переменных), представляющих двойственную минимальную j-ю трансверсаль, ассоциированную со свойством Q.

Операции $\wedge$, $\vee$ трактуются соответственно как min, max.

Замечание 1. Утверждение теоремы о представлении структурной функции верно для любых неотрицательных переменных, как дискретных так и непрерывных, что позволяет определять “время жизни” сети относительно заданного свойства Q, если заданы “времена жизни” элементов.

Замечание 2. Так как бинарные решеточные операции $\wedge$, $\vee$ изотонны, то и представляемая с их помощью структурная функция изотонна. В работе [4] системы, свойства которых представимы изотонной структурной функцией, называются монотонными системами. В отличие от работы [4], мы не отождествляем структурную функцию с понятием монотонной системы, так как для одного и того же графа сети можно рассматривать разные структурные функции.

Замечание 3. В качестве критерия работоспособности сети можно рассматривать любой элемент булевой алгебры свойств или соответствующей ей булевой алгебры формул. Чтобы найти компактное представление соответствующего свойства структурной функцией минимальной [2] по литералам, требуется находить хотя бы одно из двойственных семейств минимальных трансверсалей в зависимости от того, что менее трудоемко. Так как эти задачи, как и почти все задачи на графах, относятся к классу так называемых "трудновычислимых задач", то с помощью теоремы можно получать оценки структурно-параметрических характеристик больших сетей, имея неполные наборы двойственных семейств [5] минимальных трансверсалей "снизу" и "сверху". Из теоремы почти непосредственно с учетом структурной коррелированности переменных следуют все известные в литературе оценки-неравенства для коэффициента готовности систем с независимо функционирующими элементами.

Заключение. Для автоматизации решения задач структурно-параметрического анализа надежности коммуникационных сетей (монотонных систем) требуется программное обеспечение для нахождения семейств минимальных носителей свойства. В качестве таковых могут выступать, в зависимости от свойства (отношения) заданного на структуре графа, произвольные графовые конфигурации, например, деревья, остовы, циклы, разрезающие множества графа, а не только (s-t)-пути и (s-t)-сечения. Разработанный в теории надежности релейно-контактных схем [6-8] метод оценки вероятности правильного срабатывания схем на "замыкание", "размыкание" при отказах типа "обрыв" и "короткое замыкание" и получивший название метод минимальных путей и минимальных сечений [9] применительно к коммуникационным сетям таким образом обобщается.

Литература

1. Г. Биркгоф. Теория решеток - М.: Наука, 1984.
2. Г. Биркгоф, Т. Барти «Современная прикладная алгебра» М.: «Мир» 1976 г.
3. Р. Сикорский. Булевы алгебры. - М.: Мир - 1969.- 375 с.
4. Р. Барлоу, Ф. Прошан "Статистическая теория надежности и испытания на безотказность" М., "Наука", 1984 г. – 327 с.
5. Зайченко Ю.П., Васильев В.И., Вишталь Д.М., Гвоздев В.С. "Булев метод исследования структурных свойств сети связи в классе бинарных стохастических моделей". Матеріали Четвертої Міжнародної науково-технічної конференції і Другої студентської науково-технічної конференції "Проблеми телекомунікацій" (20-23 квітня 2010 р., м.Київ, Україна).- 2010 с. 55.
6. Е. Мур, К. Шеннон. «Надежные схемы из ненадежных реле» М.: «ИЛ» 1963г (русский перевод).
7. Birnbaum Z., Esary Y., Saunders S. "Multicomponent systems and structures and their reliability" – Econometrics, 1961, vol. 3 #1.
8. Дж. Фон Нейман «Вероятностная логика» Calif.: Inst. Technol. 1952г (русский перевод).
9. В.Л. Волкович, А.Ф. Волошин, В.А. Заславский, И.А. Ушаков . Модели и методы оптимизации надежности сложных систем. Киев. Наукова думка. 1993 г. - 311 с.
10. Васильев В.И., Вишталь Д.М., Гвоздев В.С., Галушко М.Е. "Детерминированные и вероятностные свойства монотонных бинарных структур в задачах анализа надежности сетей связи". Матеріали XII Міжнародної науково-технічної конференції "Системний аналіз та інформаційні технології" (25 -29 травня 2010 р., м.Київ, Україна).- 2010, с.57.
11. Васильев В.И., Вишталь Д.М., Гвоздев В.С. "Точные и интервальные оценки вероятности связности сетевых структур". Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції "Системний аналіз та інформаційні технології" (23 -28 травня 2011 р., м.Київ, Україна).- 2011, с.66.