УДК 621.396

МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКОМ ФРАГМЕНТОВ В ПИРИНГОВЫХ СЕТЯХ

Поповская Е.О., Москалец Н.В.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина
E-mail: moskalets1@yandex.ua

CONTROL METHODS OF FRAGMENTS IN PEER-TO-PEER NETWORKS

A mathematical model for control of fragments flow using the criterion of a minimum of the total loss of time for servicing N-fragments of information sequence is proposed for the rapidly progressing information transmission technology in the peer-to-peer network. A solution leading to the procedure of dynamic programming is obtained.

Для быстропрогрессирующей технологии передачи информации в пиринговой сети предложена математическая модель управления потоком фрагментов с использованием критерия минимума суммарной потери времени на обслуживание N-фрагментов информационной последовательности. Получено решение приводящее к процедуре динамического программирования.

В силу спецификации пиринговую сеть можно считать однородной, а экспоненциальный характер функции распределения вероятностей допускает использование для ее исследований методов теории массового обслуживания. Для сетей этого типа характерна мультипликативная форма стационарных вероятностей, что позволяет достаточно просто находить условия глобального и локального балансов, что составляет основу для исследования и проектирования сети. Вместе с тем, для модели потока фрагментов при скачивании соответствующего файла методы теории массового обслуживания не подходят, поскольку в данном случае имеет место случайный управляемый поток обслуживания, а не чисто случайный. В нашей задаче необходимо найти оптимальный план (управление) поступления фрагментов от различных пиров, предписывающий каждому i-му фрагменту время поступления на обслуживание: $U = \varphi_{пл}(t_1, t_2, ..., t_n)$.

В процессе обслуживания необходимо учесть следующую специфику [1,2]: а) сслучайное время поступления i-го фрагмента на обслуживание $t_i^0(\varphi_i)$, отличающееся от некоего планируемого $t_i^{пл}$; б) сслучайное время обслуживания i-го фрагмента $\theta_i\ (\varphi_i)$. В результате различных случайных факторов и управляющих воздействий возможны две причины потерь времени, приводящих к соответствующим задержкам: 1) потери, связанные с тем, что i-й фрагмент поступил раньше, чем завершилось считывание i-го фрагмента; $\delta_i^0(\varphi_i, U)$; 2) потери при задержке поступления i-го фрагмента, если считыватель простаивает $\delta_i^П(\varphi_i, U)$.

Суммарные потери времени при обслуживании n-фрагментов составит:

$$\Phi(U)=\sum_{i=1}^{n}(m\{\delta_i^0(\varphi_i,U)\}+cm\{\delta_i^{\Pi}(\varphi_i,U)\}) \qquad (1)$$

где c - коэффициент, учитывающий стоимость потерь;

$m\{\cdot\}$ - знак математического ожидания.

Задача оптимального планирования процесса считывания файла состоит в минимизации функционала $\Phi(U)$.

Рассмотрим k-й шаг процесса. Обслуживание $k-1$ фрагмента завершается в случайный момент t_{k-1}, функция распределения вероятностей которого

$$F_{k-1}(t)=P\{t_{k-1}<t\}.$$

Фрагмент k поступает в случайный момент t_k^0, функция распределения которого:

$$F_k^0(t)=P\{t_k^0<t\}.$$

При этом среднее:

$$\int_{-\infty}^{\infty} tdF_k^0(t)=t_k^{пл}.$$

Обслуживание k-го фрагмента начинается в случайный момент времени:

$$t_k^H=\max(t_{k-1},t_k^0)$$

с функцией распределения:

$$F_k^H(t)=P\{t_k^H<t\}=P\{t_{k-1}<t,t_k^0<t\}.$$

Значения случайных величин t_{k-1} и t_k^0 порождаются различными процессами связанными соответственно с выбором $k-1$ пира и процессом считывания, что позволяет считать их независимыми, поэтому:

$$F_k^H(t)=F_{k-1}(t)F_k^0(t). \qquad (2)$$

Время обслуживания k-го фрагмента θ_k является случайной величиной, заданной функцией распределения

$$\Phi_k(t)=P\{\theta_k<t\},$$

причем θ_k не зависит от времени канала обслуживания.

Время конца обслуживания k-го фрагмента t_k является композицией двух независимых величин:

$$t_k=t_k^H+\theta_k$$

С функцией распределения, определяемой интегралом свертки:

$$F_k(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F_k^H(t-\tau)d\Phi_k(t). \qquad (3)$$

При известном распределении $F_{k-1}(t)$ можно определить потери времени для фрагмента δ_k^0 и для считывателя δ_k^{Π} на k-м шаге управления:

$$\delta_k^0=\begin{cases}0 & при\ t_k^0\ge t_{k-1},\\ t_{k-1}-t_k^0 & при\ t_k^0<t_{k-1};\end{cases} \qquad m\{\delta_k^0\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{t}^{\infty}(\tau-t)dF_{k-1}(\tau)dF_k^0(t);$$

$$\delta_k^{\Pi}=\begin{cases}0, & t_k^0\le t_{k-1},\\ t_{k-1}^0-t_k, & t_k>t_{k-1};\end{cases} \qquad m\{\delta_k^{\Pi}\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{e}(t-\tau)dF_{k-1}(\tau)dF_k^0(t).$$

Суммарные потери времени на k-м шаге зависит от выбора управления на k-м шаге от функции распределения $F_{k-1}(t)$:

$$f_k(t_k\, F_{k-1}(t)) = m\{\delta_k^0\} + cm\{\delta_k^{\Pi}\} = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\int\limits_{t}^{\infty}(\tau - t)dF_{k-1}(\tau) + c\int\limits_{-\infty}^{t}(t-\tau)dF_{k-1}(\tau)\right]dF_k^0(t) =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[m\{t_{k-1}\} - t + c\int\limits_{-\infty}^{t}(t-\tau)dF_{k-1}(\tau)\right]dF_k^0(t),$$

Функция $F_{k-1}(t)$ в силу монотонности интегрируема для непрерывного и дискретного распределений следовательно:

$$\int\limits_{-\infty}^{t}(\tau - t)dF_{k-1}(\tau) = \int\limits_{-\infty}^{t}F_{k-1}(\tau)d\tau\,.$$

В результате получаем:

$$f_k(t_k, F_{k-1}(t)) = m\{t_{k-1}\} - t_k + c\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{t}F_{k-1}(\tau)d\tau\, dF_k^0(t)\,. \tag{4}$$

Полученная функция потерь на k-м шаге (4) позволяет применить метод динамического программирования. Состояние системы на $k-1$ шаге характеризуется функцией распределения $F_{k-1}(t)$, поэтому уравнение Беллмана [3] имеет вид:

$$S_{k-1}(F_{k-1}(t)) = \min[\, f_k(t_k, F_{k-1}(t) + S_k(\varphi_k(t_k, F_{k-1}(t))]$$

где: $F_k(t) = \varphi_k(t, F_{k-1}(t))$ - уравнение состояния в рекуррентной форме заданной выражениями (2) и (3).

Функция (4) является функцией с монотонным включением переменных

$$f_k(t_k, F_{k-1}(t)) = f_k(t_k, \varphi_{k-1}(t_{k-1}, \varphi_{k-2}(t_{k-2},\ldots,\varphi_1(t_1))\ldots)))\,. \tag{5}$$

Задача минимизации функционала (1) является задачей Майера, схема которой изложена в [4].

Очевидно, состояние на $k-1$ шаге, которое характеризуется одной из возможных реализаций функции $F_{k-1}(t)$, наиболее существенно зависит от ближайших шагов процесса. Таким образом можно считать, что $F_{k-1}(t)$ определяется выбором управления t_i на N-х предыдущих шагах

$$F_{k-1}(t) = F(t_{k-1}, t_{k-2},\ldots,t_{k-N})\,.$$

Функции $F_k^0(t)$ и $\Phi_k(t)$ определяются по статистическим данным, коррекция функций позволяет адаптировать систему с учетом опыта предыдущего планирования. Для реализации данного алгоритма следует представить (2), (3) и (4) в дискретной форме, заменить знаки интегралов соответствующими суммами.

С использованием критерия минимума суммарной потери времени на обслуживание N-фрагментов информационной последовательности получено решение приводящее к процедуре динамического программирования.

Литература

1. Cisco Visual Networking Index: Forecast and Methodology. – 2012-2017. Cisco Public.– 2013.
2. *Zhi-Hui Lu, Ye Wang, and Yang Richard Yang.* An Analysis and Comparison of CDN-P2P-hybrid Content Delivery System and Model // JCM. – 2012. – 7(3).– 232-245.
3. *Bellman Richard.* Dynamic programming. Princeton University Press. –1957. – P.363.
4. *Моисеев, Н.Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. Монография. [Текст] / *Н.Н. Моисеев.*– М. Наука. – 1971. – 428 с.