

## АНАЛІЗ ПРИНЦИПІВ ФОРМУВАННЯ ТА КОРИГУЮЧИХ МОЖЛИВОСТЕЙ КАСКАДНИХ КОДІВ

Пешкін А.М., Уривський Л.О.

*Інститут телекомунікаційних систем НТУУ «КПІ», Україна*

*E-mail: antonmp90@mail.ru*

### Analysis of construction principles and error correcting capabilities of concatenated codes

Construction principles and main parameters of concatenated codes are presented. The new algorithm of error correcting ability of concatenated codes is proposed. Based on proposed algorithm well known 802.16 concatenated code correcting abilities are evaluated.

В 1966 році для отримання завадостійких кодів із значною довжиною блоку коду  $n$  та високою коригуючою здатністю Форні були запропоновані каскадні коди. Велика еквівалентна довжина блоку досягається завдяки введенню декількох ступенів кодування.

Метою даної роботи є оцінка реальної завадостійкості каскадних кодів за допомогою знаходження еквівалентного каскадному блокового коду.

Розглянемо найбільш розповсюджену схему каскадного коду, що складається з двох ступенів. В якості зовнішнього коду, як правило, використовується недвійковий код Ріда-Соломона, а в якості внутрішнього – згортковий код, або двійковий блоковий код.

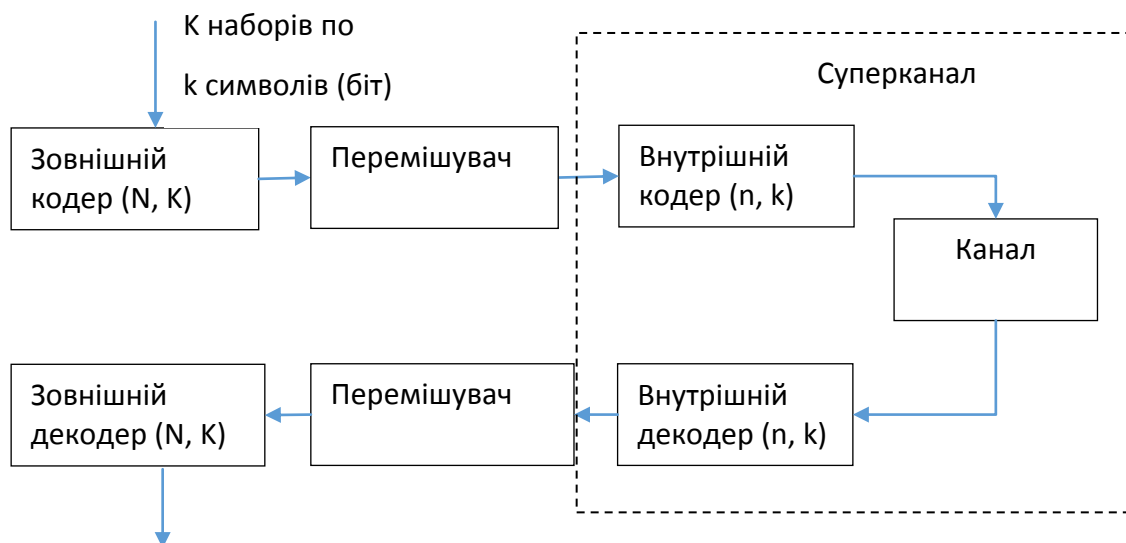


Рис.1 Схема кодування каскадним кодом із двома ступенями кодування.

Між зовнішнім та внутрішнім кодерами знаходиться перемішувач, який необхідний для боротьби з груповими помилками та може використовуватися для узгодження розмірності недвійкових символів внутрішнього і зовнішнього кодів.

У найпростішому випадку в якості зовнішнього та внутрішнього кодерів використовуються блокові коди. Нехай зовнішній код визначається параметрами  $(N, K, d_{\text{зовн}})$ , а внутрішній код, відповідно,  $(n, k, d_{\text{вн}})$ . Для

формування каскадного коду на перший кодер подається  $K$  наборів по  $k$  біт (рис. 2).

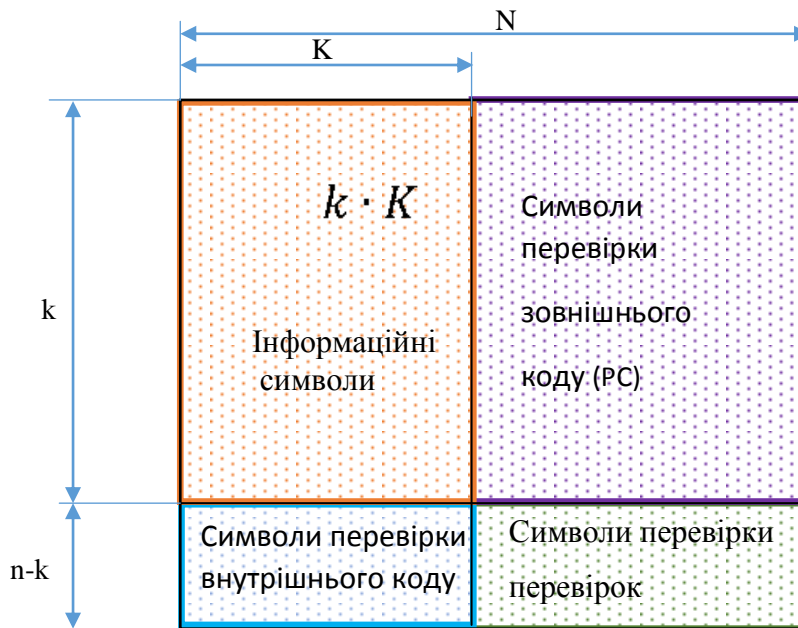


Рис.2 Зображення принципу формування кодового слова каскадного коду.

Кожен з наборів являє собою інформаційний символ, а розмір алфавіту зовнішнього коду, таким чином, складає  $q=2^k$ . Після кодування першим кодером на його виході формується код Ріда-Соломона довжиною  $N$ . Далі послідовність потрапляє у перемішувач, та далі на вхід другого кодера, куди подається  $N$  наборів по  $k$  біт ( $N$  символів), кожен з яких кодується внутрішнім кодом довжиною  $n$ . В результаті у канал зв'язку потрапляє кодована послідовність довжиною  $N^* = n \cdot N$ , з яких  $K^* = k \cdot K$  – інформаційні біти [2]. Кодова швидкість буде дорівнюватись добутку кодкових швидкостей внутрішнього та зовнішнього коду  $R^* = \frac{k \cdot K}{n \cdot N}$ . Отриманий у результаті каскадний код є лінійним, та його кодова відстань не менша від добутку кодкових відстаней складових кодів [1]:

$$d^* \geq d_{\text{зовн}} \cdot d_{\text{вн}} \quad (1)$$

Більш складною є оцінка завадостійкості каскадного коду, де в якості внутрішнього виступає згортковий код. Розглянемо алгоритм визначення завадостійких характеристик каскадного коду на прикладі реального коду, який використовуються у технології IEEE 802.16x. В якості зовнішнього використовується код Ріда-Соломона (32, 24, 9), сформований на основі поля GF(8). Тоді в бітовому представленні параметри коду будуть відповідно (256, 192, 9). В якості внутрішнього згідно стандарту використовується код зі швидкістю  $R = \frac{2}{3}$  та довжиною кодового обмеження  $D = 8$ . Результуюча швидкість дорівнює  $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{32} = \frac{1}{2}$ .

Для оцінки завадостійкості даної конструкції можливо використовувати наступний алгоритм, метою якого є визначення блокового коду, еквівалентного каскадному:

1. Знаючи вимоги до достовірності передачі  $P = 10^{-6}$ , визначити ймовірність помилки  $P_S$  в каналі зі згортковим кодом.

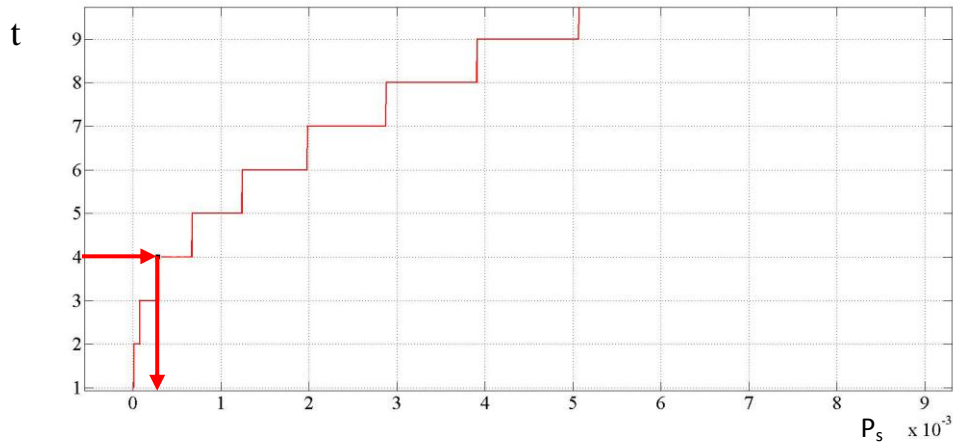


Рис.3 Зображення залежності кількості виправляємих помилок t від ймовірності помилки у каналі p для фіксованої ймовірності помилки на виході декодера  $P = 10^{-6}$ .

Для обраного зовнішнього коду з  $t=4$  ймовірність помилки на виході відповідного каналу буде  $P_S = 2.79 \cdot 10^{-4}$

2. Використовуючи в якості вимоги до достовірності  $P_S$ , визначити максимально допустиму ймовірність помилки  $p$  в каналі з неперервним кодом за допомогою ліній завадостійкості (рис. 4).

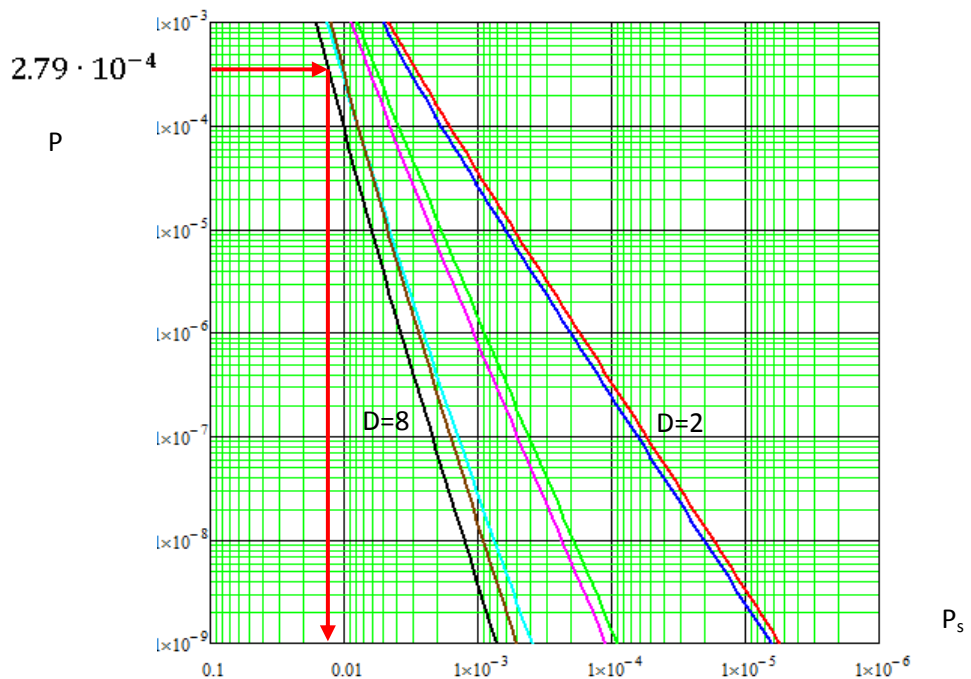


Рис.4 Зображення залежності ймовірності помилки на виході декодера неперервного коду від каналної ймовірності помилки для  $R = \frac{2}{3}$  та при використанні жорсткого декодера Вітербі для різних  $D \in \{2,3..8\}$  [3].

Згідно рис.4 при використанні обраного згорткового коду найгірша канална ймовірність помилки може бути  $p = 1.5 \cdot 10^{-2}$

3. При відомих параметрах каналної ймовірності помилки  $p$  та вимог до достовірності  $P = 10^{-6}$  знайти довжину блоку еквівалентного блокового коду, який забезпечив би задану достовірність та мав би еквівалентну кодову швидкість. Параметри еквівалентного коду і будуть параметрами каскадного коду.

Згідно отриманих результатів еквівалентний блоковий код має забезпечувати достовірність  $P = 10^{-6}$  при каналній ймовірності помилки  $p = 1.5 \cdot 10^{-2}$  та мати кодову швидкість  $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{32} = \frac{1}{2}$ . Використовуючи методику пошуку оптимального

завадостійкого коду за критерієм максимального наближення до границі Шеннона [4] можна визначити, що довжина еквівалентного блокового коду за границею Варшамова-Гільберта може бути  $n=256$ . З огляду на те, що знайдений еквівалентний блоковий код є найефективніший з гарантованою реалізацією (знаходиться на границі Варшамова-Гільберта), а каскадний код має значно гірші показники коригувальної ефективності, слід зробити висновок, що перевагою каскадних кодів перед блоковими є спрощена процедура формування та декодування.

**Висновки.** В даній роботі виконана оцінка основних параметрів каскадних кодів. Приведений алгоритм визначення найгіршого каналу, для якого каскадний код може забезпечити необхідну достовірність. Також розроблений алгоритм визначення параметрів еквівалентного блокового коду за критерієм рівності кодової швидкості та виправної здатності та з використанням границі Варшамова-Гільберта. Згідно отриманих результатів еквівалентним кодом каскадному коду із зовнішнім кодом (32, 24, 9) та внутрішнім неперервним кодом  $R = \frac{2}{3}$  та  $D = 8$  може бути блоковий код зі швидкістю  $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{24}{32} = \frac{1}{2}$  та довжиною блоку  $n=256$ , що дорівнює довжині блоку

зовнішнього коду Ріда-Соломона. Таким чином, можна зробити висновок, що гарантовано існують блокові коди з  $n>256$ , які дозволяють отримати кращу достовірність, або інформаційну ефективність. Використання каскадних кодів є більш простим підходом з точки зору реалізації кодерів та швидкості кодування.

Розвиток технологій швидкісної обробки кодів спонукає використовувати блокові коди з великою довжиною блоку замість каскадних кодів для підвищення ефективності використання ресурсів каналу зв'язку.

### Література

1. Р. Морелос-Сарагоса. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение / Москва: Техносфера, 2005. – 320с
2. Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи/ Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
3. Оцінка граничних корегуючих можливостей неперервних кодів через еквівалентні параметри блокових кодів/ Л. О. Уривський, А. М. Пешкін// Збірник тез сьомої міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми телекомунікацій-2013»
4. Оптимальные помехоустойчивые коды по критерию максимального приближения к границе Шеннона. /Уривский Л. А., Пешкин А.М. /Сборник тезисов Шестой международной научно-практической конференции «Проблеми телекоммуникацій - 2012»