

ЗАСТОСУВАННЯ ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕНЬ В ЗАДАЧАХ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ В СЕНСОРНИХ МЕРЕЖАХ

Федорова Л.Б., Москвичова К.К.

National Technical University of Ukraine

“Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

E-mail: fedorova_lb@yahoo.com.ua, moskvychovakateryna@gmail.com

APPLICATION OF WAVELET TRANSFORMS IN PROBLEMS OF SIGNAL PROCESSING IN SENSOR NETWORKS

This article is devoted to the study of non-stationary signals using the mathematical apparatus of wavelet transformations, clearly demonstrates the increase in the efficiency and reliability of the functioning of sensor networks using such methods.

Сучасним методом дослідження і передачі нестационарних сигналів є математичний метод вейвлет-перетворень. Цей метод підвищує ефективність та надійність функціонування сенсорних мереж.

Для отримання максимальної величини корисної інформації з вхідного сигналу необхідні його перетворення і обробка. Більшість методів перетворення пристосовано для аналізу стаціонарних сигналів. Аналіз Фур'є встановлює поняття глобальної частоти, яка обчислюється у вигляді скалярного добутку сигналу й гармонік: $F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$ (базовою

функцією є $\psi(t) = e^{it} = \cos t + i \sin t, i^2 = -1$). Ефективність застосування такого підходу суттєво зменшується при виникненні нестационарних компонент сигналу, так званих сплесків. Частковим вирішенням цієї проблеми є здійснення часової локалізації за допомогою віконного перетворення. Процес утворення вікна з точки зору математики – це множення функції $f(t)$ на спеціальну віконну функцію $g(t)$:

$F(\omega, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g(x-t)e^{-i\omega x} dx$. Віконне перетворення Фур'є пристосоване

для аналізу сигналів приблизно однакового масштабу і не пристосоване для аналізу сигналів іншої структури. всі функції $g_{\omega, t}(x) = e^{i\omega x} \cdot g(x-t)$ є зсувами однієї функції зсунутої до зручного положення і заповненої високочастотними осциляціями.

Введення додаткової операції масштабування дозволяє ліквідувати ці недоліки і приводить до вейвлет-аналізу (хвилькового аналізу).

Вибираємо материнську хвилю $\psi(x)$ і утворюємо з материнської хвилі множину хвильок або аналізуючий вейвлет

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

(означає часовий зсув на b та масштабування за часом на a), що має ширину

за часом відповідну частоті ω - високочастотні є вузькими, в той час як низькочастотні є набагато ширшими. Вейвлет $\psi(x)$ повинен мати скінчену енергію: і повинен мати середнє значення рівне нулеві. Формула неперервного вейвлет-перетворення $W(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\bar{\psi}_{a,b}(x)dx$ зазвичай дискретизується і приймає вигляд послідовності аналізуючих коефіцієнтів $W_{m,n} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi_{m,n}(x)dx$, де $\psi_{m,k}(x) = 2^{\frac{m}{2}}\psi(2^m x + k)$.

Синтез сигналу при ортонормованому вейвлетному базисі набуває вигляду

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} W_{m,n} \psi_{m,n}(t).$$

Число застосованих вейвлетів за масштабним коефіцієнтом m задає **рівень декомпозиції сигналу**. Кратномасштабний підхід, оснований на багатомасштабній здатності розрізнення, дозволяє деталізувати такий розклад

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k \phi_k(t) + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \psi_{j,k}(t),$$

де c_k - скейлінг коефіцієнти, які зазвичай називають коефіцієнтами апроксимації сигналу і дають грубу апроксимацію сигналу, представлення, основане на низькій здатності розрізнення; $d_{j,k}$ - вейвлет коефіцієнти або коефіцієнти деталізації. На практиці значення одержаних коефіцієнтів зазвичай називають відповідно *сумами* і *різницями*.

Приклад вейвлетного спектрального аналізу

Розглянемо нестационарний сигнал (рис.1).

$$x(t) = t * \sin\left(2\pi\left(t + \frac{9}{20}t^2\right)\right).$$

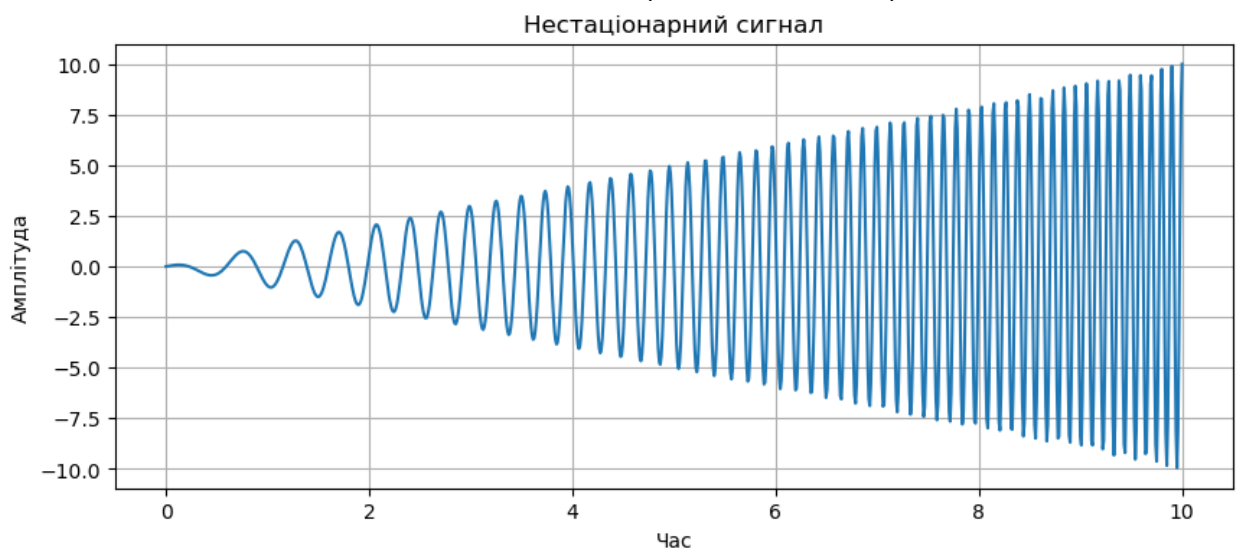


Рис.1. Нестационарний сигнал.

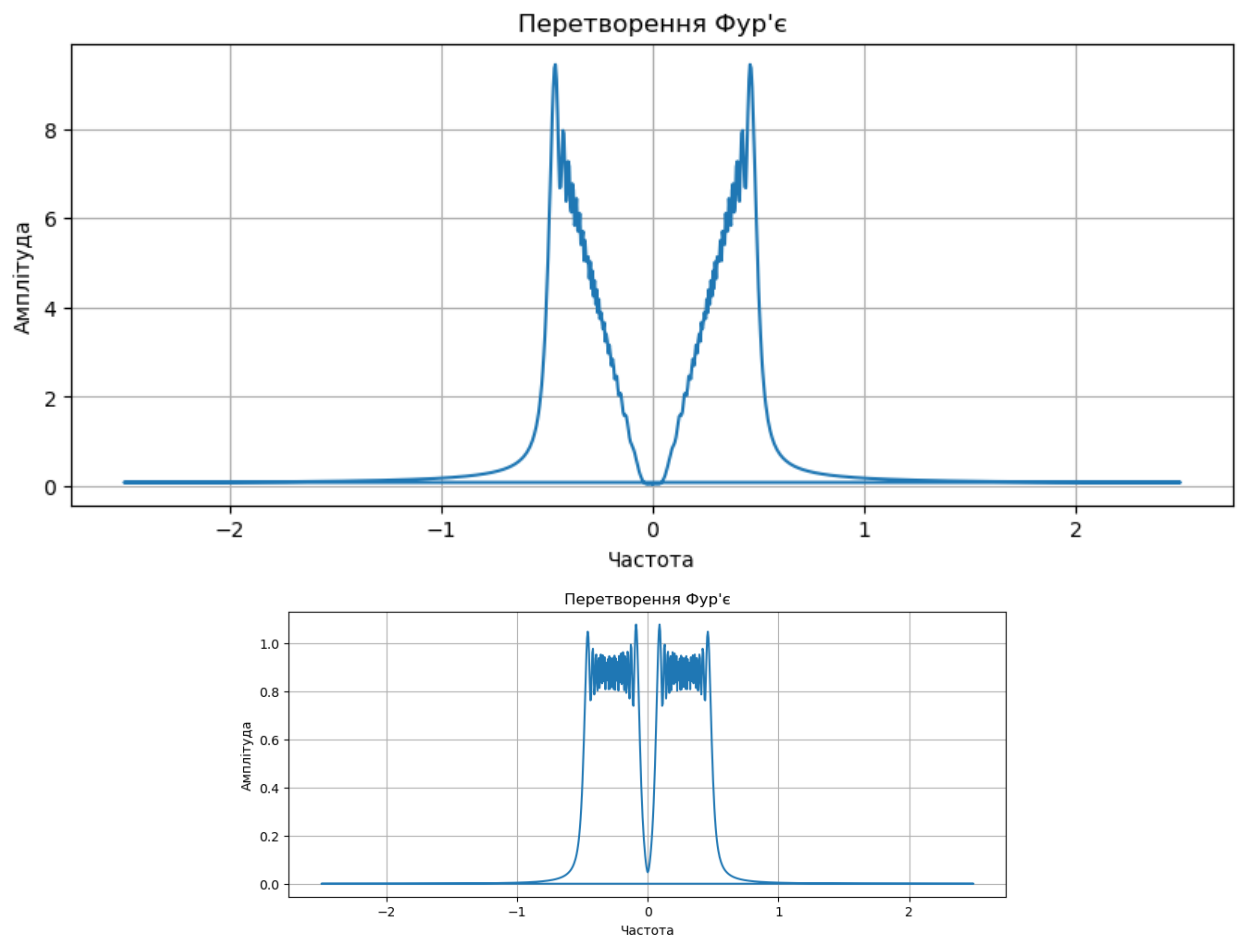


Рис.2. Перетворення Фур'є.

На оис.2 відсутня інформація про час, в який відбуваються частоти.

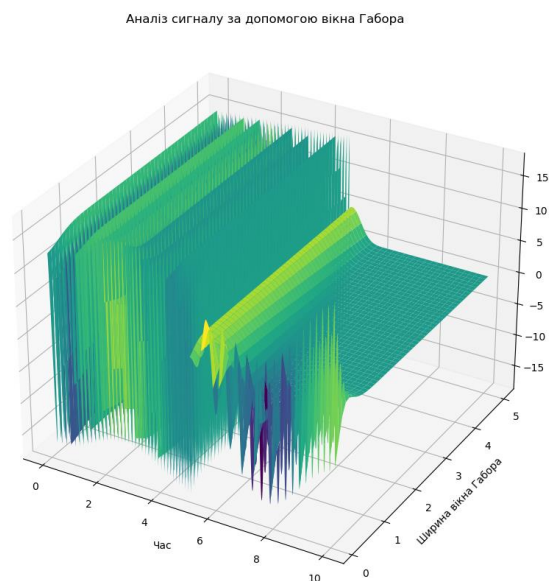


Рис.3. Вікно Габора.

З графіку рис.3 можна побачити, як амплітуда аналізованого сигналу змінюється в часі та залежить від ширини вікна.



Рис.4. Вейвлет-перетворення.

Графік на рис.4 представляє результат вейвлет-перетворення сигналу, в якому використовується вейвлет Морле. Дозволяє виявити з певною точністю, коли у сигналі відбуваються зміни і на якому масштабі ці зміни виявляються найкраще.

Література

1. Геранін В.О., Писаренко Л.Д., Рущицький Я.Я. Математичні аспекти хвильового аналізу. Навчальний посібник з 16 лекцій. Київ: ВПФ УкрІНТЕІ, 2001. – 164 с.
2. Daubechies I. Ten Lectures on Wavelets. SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, 1982, 357 pp.
3. Mayer Y. Wavelets. Algorithms and Applications. SIAM (Society of Industrial and Applied Mathematics), Philadelphia, Pennsylvania, Pennsylvania, 1993, 133 pp.
4. Kaiser G. A Friendly Guide to Wavelets. Boston – Basel – Berlin, Birkhauser, 1994, 143 pp.
5. Robi Polikar, The Wavelet Tutorial, 2006.
6. Addison P.S. The illustration Wavelet Transform Handbook. – 2002.