

ВИБІР ВИДУ ПОЛІНОМУ АПРОКСИМАЦІЇ ДЛЯ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ РУХУ БПЛА ТИПУ КВАДРОКОПТЕР

Якорнов Є.А., Цуканов О.Ф.

Навчально-науковий Інститут телекомунікаційних систем

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна

E-mail: cukanov-o@ukr.net

SELECTION OF THE TYPE OF POLYNOMIAL FOR ESTIMATING THE MOTION PARAMETERS OF A QUADCOPTER UAV

To estimate the motion parameters of constantly maneuvering quadcopters by the least squares method “in a sliding window”, it is proposed to use polynomials based on the Puise series with real coefficients.

У роботі [1] авторами, на основі моделювання, проведено порівняльну оцінку параметрів руху для маневруючих безпілотних літальних апаратів (БПЛА) типу квадрокоптер, методом найменших квадратів у “ковзному вікні” та дробовими поліномами на основі ряду Тейлора. Та на підставі цього моделювання було зроблено висновок, що ідеальних поліномів для оцінювання параметрів руху БПЛА, що постійно маневрують, немає та необхідно створювати адаптивні алгоритми з урахуванням комбінації різних методів.

На наш погляд, основна проблема використання таких алгоритмів - це забезпечення стійкості оцінювання параметрів руху квадрокоптерів, що постійно маневрують. Крім того, визначення координат кожного квадрокоптера відбувається шляхом вимірювання взаємних відстаней між ними [2], тому пропуск вимірювань малоймовірний. А це означає, що використання рекурентних методів оцінювання на основі відомого фільтру Калмана-Бьюсі не виправдане.

Тож для оцінювання параметрів руху, переважно використовують алгоритми регресійного аналізу з урахуванням методу найменших квадратів. Точність оцінювання цим методом залежить від багатьох чинників, що оглянемо нижче.

Для оцінки параметрів руху квадрокоптерів краще використовувати метод «ковзного вікна». Результати моделювання показують [1], що ширина «ковзного вікна» має важливе значення. Крім того, точність оцінювання залежить від виду поліному регресії. Найбільш відомими такими поліномами є поліноми на основі ряду Тейлора:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)x}{1!} + \frac{f''(x_0)x^2}{2!} + \frac{f'''(x_0)x^3}{3!} + \dots,$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^m a_i x^i, \quad (1)$$

Чебишева:

$$T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_n(x) = 2x T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x), \quad (2)$$

та Паде [3]:

$$P(x) = \frac{a_0 + a_1 x^2 + a_1 x^4}{b + b x^2 + b_1 x^4}, \quad (3)$$

при цьому $x \in [-1, 1]$ розраховується більша кількість коефіцієнтів.

Порівнюючи використання зазначених багаточленів для вирішення нашого завдання зауважимо, що використання ряду Тейлора 2 або 3 порядку дозволяє отримати максимальну точність, якщо порядок траєкторії руху збігається з порядком полінома регресії.

Перевагою ряду Тейлора є те, що коефіцієнти ряду мають фізичний сенс. Зокрема, коефіцієнти a_0 , a_1 , a_2 – розташування, швидкість та половина прискорення.

Що до ряду Чебишева, то коефіцієнти ряду не мають фізичного сенсу, тому з допомогою такого ряду, можна оцінювати лише розташування квадрокоптерів, але не швидкості та прискорення. Крім того, при збільшенні ширини вікна, що «ковзає», точність оцінювання поліномами Чебишева зменшується. Використання поліномів Паде обмежується великою кількістю коефіцієнтів, a_i , b_i які необхідно визначити, крім того взагалі немає фізичного сенсу кожного з них.

Разом з тим, використання поліномів Пюїзе дозволяє отримати точність оцінок вище ніж при використанні полінома Чебишева, але всі без винятку такі поліноми потребують розрахунку більшої кількості коефіцієнтів.

Для визначення поточної оцінки за допомогою ряду Пюїзе з однією змінною - це формальний вираз алгебри виду:

$$F(x) = \sum_{n=n_0}^{\infty} a_n x^{\frac{n}{m}} \quad (4)$$

у якому число $n_0 = 0$ - ціле число - натуральне (при $m=1$ виходить звичайний статичний ряд), коефіцієнти a_n беруть із значень кільця R .

Враховуючи той факт, що $F(x)$ набуває речових значень, у разі коли $n < m$, коефіцієнти a_n повинні бути комплексними

для $m=2$:

$$F(x) = a_0 + a_1 x^{1/2} + a_2 x^1 + a_3 x^{3/2} + a_4 x^2, \quad (5)$$

для $m=3$:

$$F(x) = a_0 + a_1 x^{1/3} + a_2 x^{2/3} + a_3 x^1 + a_4 x^{4/3} + a_5 x^{5/3} + a_6 x^2 \quad (6)$$

У деяких практичних програмах змінна x не може бути комплексною, наприклад, якщо така змінна x це час.

Ряд (4) або Пюїзе у разі коли змінна x набуває речового значення, а значення $p_0 = 0$ може бути представлене у вигляді суми двох рядів, зауважимо без залишкового члена

$$F(x) = T(x) + R(x). \quad (7)$$

Здесь $T(x)$ – ряд Тейлора та дробовий ряд $R(x)$. При $m=2$

$$\begin{aligned} T(x) &= a_0^* + a_2 x^1 + a_4 x^2 \\ R(x) &= a_0^* + a_1 x^{1/2} + a_3 x^{3/2} \end{aligned} \quad (8)$$

А для $m=3$

$$\begin{aligned} T(x) &= a_0^* + a_2 x^1 + a_4 x^2 \\ R(x) &= a_0^* + a_1 x^{1/3} + a_2 x^{2/3} + a_4 x^{4/3} + a_5 x^{5/3} \end{aligned} \quad (9)$$

Розглянемо тепер фізичний зміст коефіцієнтів низки $R(x)$. Так ряду (8) коефіцієнт a_1 це похідна ступеня $1/2$, а коефіцієнт a_3 похідна ступеня $3/2$. Для ряду (9) коефіцієнт a_1 це похідна ступеня $1/3$, а коефіцієнт a_4 похідна ступеня $4/3$, коефіцієнт a_5 похідна ступеня $5/3$.

При цьому можна стверджувати, що в цілому $F(x)$ являє собою ортогональний багаточлен, який також може бути використаний для оцінювання квадрокоптерів ПД.

Тому ряд (4) можна назвати дробовим рядом Тейлора або Пюїзером з речовинною змінною. Дослідження проводилося значення параметра низки $m=2$. Відзначимо оцінка проводиться випадку, коли ступеня полінома регресії менше ніж ступінь полінома траєкторії руху. Іншими словами, дослідження проводилося в умовах оцінювання параметрів траєкторії руху, що постійно маневрують квадрокоптерів.

Як завершення знайдено вид полінома для оцінювання ПР квадрокоптерів у «ковзному вікні», який буде представлений у доповіді.

Література

1. Якорнов Є.А., Цуканов О. Порівняльна оцінка параметрів руху для маневруючих БПЛА методом найменших квадратів з дробовими поліномами та поліномами Чебишева// Матеріали XVI-ої Міжнародної науково-технічної конференції «Перспективи телекомунікацій» (ПТ-22) К.: НТУУ «КПІ ім. І.Сікорського», 2022,
2. Якорнов Є.А., Цуканов О.Ф. Визначення параметрів руху маневруючих безпілотних літальних апаратів у мережах FANET.// Матеріали XIII-ої Міжнародної науково-технічної конференції «Перспективи телекомунікацій» (ПТ-19) К.: НТУУ «КПІ ім. І.Сікорського», 2019, с. 285 – 287.
3. D. Sierociuk “Fractional Kalman Filter algorithm for states, parameters and order of fractional system estimation”, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 2006, Vol.16, No.1, pp, 129–140.
4. D. Sierociuk “Fractional Kalman Filter algorithm for states, parameters and order of fractional system estimation”, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 2006, Vol.16, No.1, pp, 129–140.