

**АЛГОРИТМИ УКРУПНЕННЯ СТАНІВ
МЕРЕЖІ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ В ЗАДАЧАХ
ОЦІНКИ МЕРЕЖЕВИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

Зайченко Ю.П., Васильєв В.І., Вішталъ Д.М., Любашенко Н.Д.

*Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
E-mail: d.vishtal@kpi.ua*

**ALGORITHMS OF INTEGRATION OF STATUS
CONDITIONS IN DATA COMMUNICATIONS NETWORK IN PROBLEM
OF ESTIMATION OF NETWORK CHARACTERISTICS**

Algorithms of structural (topological) integration of statuses of system depending on formulary representation of monotonous structural function of availability of network service in the form of minimal disjunctive normal form - MDNF (minimal conjunctive normal form - MCNF) in class of binary stochastic models are considered.

В залежності від задач, розв'язуваних користувачами мережі передачі даних (МПД), до мережі пред'являються вимоги по структурній і (або) функціональній надійності мережевої послуги. Характеристики структурної (топологічної) надійності відображають можливість мережі надавати зв'язок абонентам у довільний проміжок часу. Характеристики функціональної надійності відображають можливості мережі надавати абонентам зв'язок у проміжку заданого інтервалу часу. До функціональних характеристик також відноситься середній стаціонарний час перебування мережі в підмножині станів доступності (недоступності) мережевої послуги відповідно до заданої структурної функції.

Доступність мережевої послуги є універсальною характеристикою, використовуваною як постачальниками послуг так і користувачами.

В якості статичної моделі мережі розглядається розмічений кінцевий зв'язний граф $G(Y;X)$ без петель, де $|Y|$ - число вузлів графа, $|X|$ - число ребер графа. Вузли графа відіграють допоміжну роль. Матриця суміжності вузлів графа використовується для знаходження представлення детермінованих графових властивостей відповідними структурними функціями.

В якості динамічної моделі мережі розглядається стохастичний граф, елементи якого зважені ваговими параметрами. Простір станів стохастичного графа W_G можна розглядати і як векторний простір по mod (2) [1] і як булеву векторну решітку B_2^n . Використання простору W_G зручно для алгоритму знаходження розрізаючих множин графа, циклів та остовів. Векторний простір W_G містить два ортогональних підпростори циклів і розрізів, розмірність яких

дорівнює відповідно цикломатичному числу й рангу графа. Мережа призначена для забезпечення мережевої послуги в будь-який момент часу для всіх пар вузлів. Довільна пара вузлів може одержати мережеву послугу, якщо в цей момент часу знайдеться принаймні один простий шлях, їх з'єднуючий. Мережева послуга доступна для всіх вузлів, якщо в цей момент часу існує принаймні одне остовне дерево.

Елементи мережі й структурні функції, що відповідають умовам доступності мережевої послуги, приймають бінарні значення. Нехай $\varphi(x_1(t) \dots x_n(t)) = \varphi(t)$ - детермінована структурна функція випадкових величин, що відповідає деякому виду мережевої послуги. Випадкова величина $x_i(t)$ ($i=1, \dots, n$) дорівнює 1, якщо в момент t i -й елемент доступний для виконання мережевої послуги й дорівнює 0 – у протилежному випадку. Функція $\varphi(t)$ дорівнює 1, якщо в момент t мережева послуга здійсненна й 0 - у протилежному випадку. Аксиоми булевої алгебри погоджені із законами інтуїтивної логіки для множин, висловлювань, предикатів і властивостей.

Ізоморфізм булевої алгебри класів і відповідної булевої алгебри властивостей дає можливість алгебраїзації необхідних обчислень для оцінки характеристик доступності мережевої послуги. Функціонування мережі розглядається як процес випадкового блукання по булевій векторній решітці

Прийняті допущення бінарної стохастичної моделі:

1. Статистичною залежністю на рівні окремих елементів можна зневажити.
2. Еволюція елементів моделюється в часі відповідними альтернуючими процесами відновлення з кінцевими середніми значеннями інтервалів доступності (недоступності) для виконання мережевої послуги [2].
3. Вектор стану елементів однозначно визначає стан доступності (недоступності) мережевої послуги.
4. Існує $\lim_{t \rightarrow \infty} P\{x_i(t) = 1\} = \frac{M\theta_i}{M\theta_i + M\xi_i} = P_i$, де $M\theta_i$, $M\xi_i$ - середні стаціонарні інтервали доступності (недоступності) i -го елемента для виконання мережевої послуги.
5. Простір станів елементів розглядається як булева векторна решітка [3].
6. В якості критеріального простору мережі розглядається множина всіх ізотонних відображень булевої векторної решітки B_2^n у множину B_2 [3].

Умови незалежності функціонування елементів й існування ймовірностей $P_i, i=1, \dots, n$ визначають існування й однозначність ймовірнісної міри на булевій алгебрі всіх підмножин булевої векторної решітки.

В цих умовах потрібно оцінити точно або приблизно наступні мережеві характеристики:

$h_{\varphi}(P_1, \dots, P_n)$ – стаціонарна ймовірність доступності мережевої послуги;

$M\theta_{\varphi}, M\xi_{\varphi}$ – середні стаціонарні інтервали доступності (недоступності) мережевої послуги.

Основна обчислювальна проблема оцінки мережевих характеристик обумовлена складністю структурної організації мережі й великою розмірністю простору станів. Ця обставина обумовлює важкість обчислення мережевих характеристик. Можна на декілька порядків підняти поріг точної обчислювальності мережевих характеристик, використовуючи декомпозицію структурної функції, властивість дуальних автоморфізмів булевої алгебри та алгоритми представлення структурної функції в ортогональній неповторній формі. Декомпозиція структурної функції дозволяє здійснити структурно-фазове укрупнення станів мережі [4,5].

Детерміновані властивості монотонних структурних функцій однозначно визначаються наступними МДНФ (МКНФ)-формульними тотожностями:

$$\bigvee_{\{\alpha_i\} \in I} \left(\bigwedge_{k_i \in \{\alpha_i\}} x k_i \right) = \varphi(x_1, \dots, x_n) = \bigwedge_{\{\beta_j\} \in J} \left(\bigvee_{r_j \in \{\beta_j\}} x r_j \right) \quad (1)$$

$$\bigvee_{\{\beta_j\} \in J} \left(\bigwedge_{r_j \in \{\beta_j\}} x r_j \right) = \varphi^*(x_1, \dots, x_n) = \bigwedge_{\{\alpha_i\} \in I} \left(\bigvee_{k_i \in \{\alpha_i\}} x k_i \right) \quad (2)$$

$$\bigvee_{\{\beta_j\} \in J} \left(\bigwedge_{r_j \in \{\beta_j\}} \overline{x} r_j \right) = \overline{\varphi}(x_1, \dots, x_n) = \bigwedge_{\{\alpha_i\} \in I} \left(\bigvee_{k_i \in \{\alpha_i\}} \overline{x} k_i \right) \quad (3)$$

$$\bigvee_{\{\alpha_i\} \in I} \left(\bigwedge_{k_i \in \{\alpha_i\}} \overline{x} k_i \right) = \overline{\varphi}^*(x_1, \dots, x_n) = \bigwedge_{\{\beta_j\} \in J} \left(\bigvee_{r_j \in \{\beta_j\}} \overline{x} r_j \right) \quad (4)$$

де $\bigwedge_{k_i \in \{\alpha_i\}} x k_i = \alpha_i(x)$ – і-та проста імпліканта функції $\varphi(x)$,

$\{\alpha_i\}$ – набір індексів істотних змінних і-ої імпліканти,

$\bigwedge_{r_j \in \{\beta_j\}} x r_j = \beta_j(x)$ – j-та проста імпліканта двоїстої функції $\varphi^*(x)$,

$\{\beta_j\}$ – набір індексів істотних змінних j-ої імпліканти,

$\bigvee_{k_i \in \{\alpha_i\}} x k_i = \alpha_i^*(x)$ – двоїста стосовно $\alpha_i(x)$ функція,

$\bigvee_{r_j \in \{\beta_j\}} x r_j = \beta_j^*(x)$ – двоїста стосовно $\beta_j(x)$ функція.

Інтерпретація інших компонентів тотожностей визначається аналогічно.

Символ I використовується як для позначення повного списку простих імплікант функції $\varphi(x)$ так і для позначення індексів сімейств істотних змінних простих імплікант. Символ J використовується аналогічним чином.

Зробимо декілька зауважень:

1. Тотожності (1-4) дають можливість знаходити мінімальне по кількості літералів МДНФ (МКНФ)-представлення відповідних структурних функцій. Однак при цьому втрачається незалежність функціонування, розглянута на рівні простих імплікант функцій. У загальному випадку прості імпліканти не є незалежними випадковими величинами.
2. Тотожності (1-4) вірні не тільки для бінарних значень змінних, але й для безперервних не негативних значень змінних. З комбінаторної точки зору теоретико-множинні сімейства індексів простих імплікант

$$I = \{ \{ \alpha_i \} \}_{i=1}^{|I|} \text{ та } J = \{ \{ \beta_j \} \}_{j=1}^{|J|}$$

утворюють два двоїстих сімейства мінімальних трансверсалей.

3. Знання $M\theta_i$, $M\xi_i$ а також сімейств множин I та (або) J дає можливість виявляти “вузькі місця” у забезпеченні мережових характеристик, визначати ступінь впливу на ці характеристики як окремих елементів так і певних конфігурацій елементів, що важливо для мереж, які розвиваються або проектуються.

Висновки. Для оцінки характеристик мережі використовуються ефективні алгоритми пошуку сімейств I та J , а також алгоритми декомпозиції структурної функції. З цією метою використовується покрокове розкладання Шеннона з урахуванням поглинання до одержання неповторної ортогональної форми й, при необхідності, узагальнені формули Де Моргана. В роботі розглядаються ілюстративні приклади оцінки мережових характеристик в залежності від вагових параметрів елементів та різних структурних функцій.

Література

1. М. Свами, К. Тхуласираман. Графы, сети и алгоритмы. - М.: Мир - 1984.- 455 с.
2. К. Райншке, И. Ушаков. Оценка надежности систем с использованием графов.- М.: Радио и связь - 1988.- 208 стр.
3. Г. Биркгоф. Теория решеток - М.: Наука, 1984.
4. Г. Биркгоф, Т. Барти. Современная прикладная алгебра.- М.: Мир - 1976.
5. Р. Сикорский. Булевы алгебры. - М.: Мир - 1969.- 375 с.