УДК 681.513

СТРУКТУРНО-ФАЗОВОЕ УКРУПНЕНИЕ СОСТОЯНИЙ КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ДОСТУПНОСТИ СЕТЕВОЙ УСЛУГИ

Зайченко Ю.П., Васильев В.И., Вишталь Д.М., Любашенко Н.Д.
КПИ им. Игоря Сикорского
E-mail: d.vishtal@kpi.ua

Structurally-phase integration of communication network status conditions in problem of estimation of characteristics of network service availability

Questions of structurally-phase integration of big dimension communication networks with complex structural organization are considered. Characteristics of quality and efficiency of functioning of a network depend on structure of a network and weight parameters of elements.

Структурно-параметрическое моделирование и анализ характеристик доступности сетевой услуги затруднен чрезмерно большим числом возможных различных состояний, что приводит к практической необозримости модели. Идея преодоления этой проблемы состоит в разбиении пространства состояний на конечное число непересекающихся классов, число которых не слишком велико. Функционирование сети в этом укрупненном пространстве состояний описывается без существенных потерь в точности оцениваемых характеристик.

В случае, когда число классов разбиения чрезмерно велико, конструктивным образом строятся оценки сетевых характеристик “снизу и сверху”.

Для сетей со сложной структурной организацией, состоящей из многих элементов, отказ отдельных элементов, в силу структурной избыточности, необязательно приводит к отказу в предоставлении сетевой услуги. Для оценки качества и эффективности функционирования коммуникационных сетей используется следующий набор показателей: стационарная вероятность доступности сетевой услуги; среднее стационарное время доступности (недоступности) сетевой услуги.

Доступность сетевой услуги является универсальной характеристикой, используемой как поставщиками услуг так и пользователями.

В качестве статической модели сети рассматривается размеченный конечный связный неорграф $G(Y;X)$ без петель, где $|Y|$ - число узлов графа, $|X|$- число ребер графа. Узлы графа играют вспомогательную роль. Матрица смежности узлов графа используется для нахождения представления детерминированных графовых свойств соответствующими структурными функциями.

В качестве динамической модели сети рассматривается стохастический граф, элементы которого взвешены весовыми параметрами. Пространство состояний стохастического графа W_G можно рассматривать и как векторное пространство по mod (2) [1] и как булеву векторную решетку B_2^n. Использование пространства W_G удобно для алгоритма нахождения разрезающих множеств графа, циклов, остовов. Векторное пространство W_G содержит два ортогональных подпространства циклов и разрезов, размерность которых равна соответственно цикломатическому числу и рангу графа. Сеть предназначена для обеспечения сетевой услуги в любой момент времени для всех пар узлов. Произвольная пара узлов может получить сетевую услугу, если в данный момент времени найдется по крайней мере один простой путь, их соединяющий. Сетевая услуга доступна для всех узлов, если в данный момент времени существует, по крайней мере, одно остовное дерево.

Элементы сети и структурные функции, соответствующие условиям доступности сетевой услуги, принимают бинарные значения. Пусть $\varphi(x_1(t)\ldots x_n(t))=\varphi(t)$ – детерминированная структурная функция случайных величин, соответствующая некоторому виду сетевой услуги. Случайная величина $x_i(t)$ $(i=1,\dots,n)$ равна 1, если в момент t i-й элемент доступен для выполнения сетевой услуги и равна 0 – в противном случае. Функция $\varphi(t)$ равна 1, если в момент t сетевая услуга выполнима и 0 – в противном случае.

Изоморфизм булевой алгебры классов и соответствующей булевой алгебры свойств дает возможность алгебраизации необходимых вычислений для оценки характеристик доступности сетевой услуги. Функционирование сети рассматривается как процесс случайного блуждания по булевой векторной решетке.

Принятые допущения модели:

1) Статистической зависимостью на уровне отдельных элементов можно пренебречь.
2) Эволюция элементов моделируется во времени соответствующими альтернирующими процессами восстановления с конечными средними значениями интервалов доступности (недоступности) для выполнения сетевой услуги [2].
3) Вектор состояния элементов однозначно определяет состояние доступности (недоступности) сетевой услуги.
4) Существует $\lim\limits_{t\to\infty} P\{x_i(t)=1\} = \dfrac{M\theta_i}{M\theta_i+M\xi_i} = p_i$, где $M\theta_i$, $M\xi_i$ - средние стационарные интервалы доступности (недоступности) i-го элемента для выполнения сетевой услуги.
5) Пространство состояний элементов рассматривается как булева векторная решетка [3].
6) В качестве критериального пространства сети рассматривается множество всех изотонных отображений булевой векторной решетки в множество B_2 [3].

Условия независимости функционирования элементов и существования вероятностей $p_i, i=1,\dots,n$ определяют существование и единственность вероятностной меры на булевой алгебре всех подмножеств булевой векторной решетки.

В этих условиях требуется оценить точно или приближенно следующие сетевые характеристики:

$h_\varphi(P_{1,\dots,}P_n)$ – стационарная вероятность доступности сетевой услуги;

$M\theta_\varphi$, $M\xi_\varphi$ - средние стационарные интервалы доступности (недоступности) сетевой услуги.

Основная вычислительная проблема оценки сетевых характеристик обусловлена сложностью структурной организации сети и большой размерностью пространства состояний. Это обстоятельство влечет трудновычислимость сетевых характеристик. Можно на несколько порядков поднять порог точной порог точной вычислимости сетевых характеристик, используя декомпозицию структурной функции, свойство дуальных автоморфизмов булевой алгебры и алгоритмы представления структурной функции в ортогональной бесповторной форме. Декомпозиция структурной функции позволяет осуществить структурно-фазовое укрупнение состояний сети [4,5].

Детерминированные свойства монотонных структурных функций однозначно определяются следующими МДНФ (МКНФ)-формульными тождествами:

$$\bigvee_{\{\alpha_i\}\in I}\Big(\bigwedge_{k_i\in\{\alpha_i\}} x_{k_i}\Big) = \varphi(x_1,\dots,x_n) = \bigwedge_{\{\beta_j\}\in J}\Big(\bigvee_{r_j\in\{\beta_j\}} x_{r_j}\Big) \qquad (1)$$

$$\bigvee_{\{\beta_j\}\in J}\Big(\bigwedge_{r_j\in\{\beta_j\}} x_{r_j}\Big) = \varphi^*(x_1,\dots,x_n) = \bigwedge_{\{\alpha_i\}\in I}\Big(\bigvee_{k_i\in\{\alpha_i\}} x_{k_i}\Big) \qquad (2)$$

$$\bigvee_{\{\beta_j\}\in J}\Big(\bigwedge_{r_j\in\{\beta_j\}} \overline{x}_{r_j}\Big) = \overline{\varphi}(x_1,\dots,x_n) = \bigwedge_{\{\alpha_i\}\in I}\Big(\bigvee_{k_i\in\{\alpha_i\}} \overline{x}_{k_i}\Big) \qquad (3)$$

$$\bigvee_{\{\alpha_i\}\in I}\left(\bigwedge_{k_i\in\{\alpha_i\}} \overline{x}_{k_i}\right) = \overline{\varphi^*}(x_1,\ldots,x_n) = \bigwedge_{\{\beta_j\}\in J}\left(\bigvee_{r_j\in\{\beta_j\}} \overline{x}_{r_j}\right) \qquad (4)$$

где $\bigwedge_{k_i\in\{\alpha_i\}} x_{k_i} = \alpha_i(x)$ – i-я простая импликанта функции $\varphi(x)$,

$\{\alpha_i\}$ - набор индексов существенных переменных i-ой импликанты,

$\bigwedge_{r_j\in\{\beta_j\}} x_{r_j} = \beta_j(x)$ – j-я простая импликанта двойственной функции $\varphi^*(x)$,

$\{\beta_j\}$ - набор индексов существенных переменных j-ой импликанты,

$\bigvee_{k_i\in\{\alpha_i\}} x_{k_i} = \alpha^*_i(x)$ – двойственная по отношению к $\alpha_i(x)$ функция,

$\bigvee_{r_j\in\{\beta_j\}} x_{r_j} = \beta^*_j(x)$ - двойственная по отношению к $\beta_j(x)$ функция.

Интерпретация остальных компонент тождеств определяется аналогично.

Символ I используется и для обозначения полного списка простых импликант функции $\varphi(x)$ и для обозначения индексов семейств существенных переменных простых импликант. Символ J используется аналогичным образом.

Сделаем несколько замечаний:

1. Тождества (1-4) дают возможность находить минимальное по числу литералов МДНФ (МКНФ)-представление соответствующих структурных функций. Однако при этом утрачивается независимость функционирования, рассматриваемая на уровне простых импликант функций. В общем случае простые импликанты не являются независимыми случайными величинами.
2. Тождества (1-4) верны не только для бинарных значений переменных, но и для непрерывных неотрицательных значений переменных. С комбинаторной точки зрения теоретико-множественные семейства индексов простых импликант $I=\{\{\alpha_i\}\}_{i=1}^{|I|}$ и $J=\{\{\beta_j\}\}_{j=1}^{|J|}$ образуют два двойственных семейства минимальных трансверсалей.
3. Знание $M\theta_i$, $M\xi_i$, а также семейств множеств I и (или) J дает возможность выявить “узкие места” в обеспечении сетевых характеристик, определять степень влияния на эти характеристики, как отдельных элементов, так и определенных конфигураций элементов, что важно для развивающихся сетей.

Для оценки характеристик сети используются эффективные алгоритмы поиска семейств I и J, а также алгоритмы декомпозиции структурной функции в ортогональной бесповторной форме. С этой целью используется разложение Шеннона и, при необходимости, обобщенные формулы Де Моргана. В работе рассматриваются иллюстративные примеры оценки сетевых характеристик в зависимости от весовых параметров элементов и разных структурных функций.

Литература

1. М. Свами, К. Тхуласираман. Графы, сети и алгоритмы. - М.: Мир - 1984.- 455 с.
2. К. Райншке, И. Ушаков. Оценка надежности систем с использованием графов.- М.: Радио и связь - 1988.- 208 стр.
3. Г. Биркгоф. Теория решеток - М.: Наука, 1984.
4. Г. Биркгоф, Т. Барти. Современная прикладная алгебра.- М.: Мир - 1976.
5. Р. Сикорский. Булевы алгебры. - М.: Мир - 1969.- 375 с.