

## МЕТОД РОЗМІЩЕННЯ ПРОМЕНІВ ЗОНДУВАННЯ ПРИ РЕЙТРЕЙСИНГОВІЙ АБЕРОМЕТРІЇ

**Ковальський В.І.**

*Факультет електроніки КПІ ім. Ігоря Сікорського*

*E-mail: vitaliykovalsky@gmail.com*

### Method of distribution of the probing rays ray-tracing aberrometry

In this article a method is proposed for the uniform placement of probing beams which are used for ray-tracing aberrometry. In the method, the optimization of the placement of LEDs for a configuration consisting of concentric circles is carried out.

Під час абераметрії оптичної системи ока застосування методу рейтрейсингу є найбільш ефективним при діагностиці в офтальмологічній практиці. Даний метод [1] заснований на зондуванні зіниці ока вузькими лазерними променями, які паралельні зоровій осі ока і здійснюється за допомогою пристрою, схема якого зображена на рисунку 1.

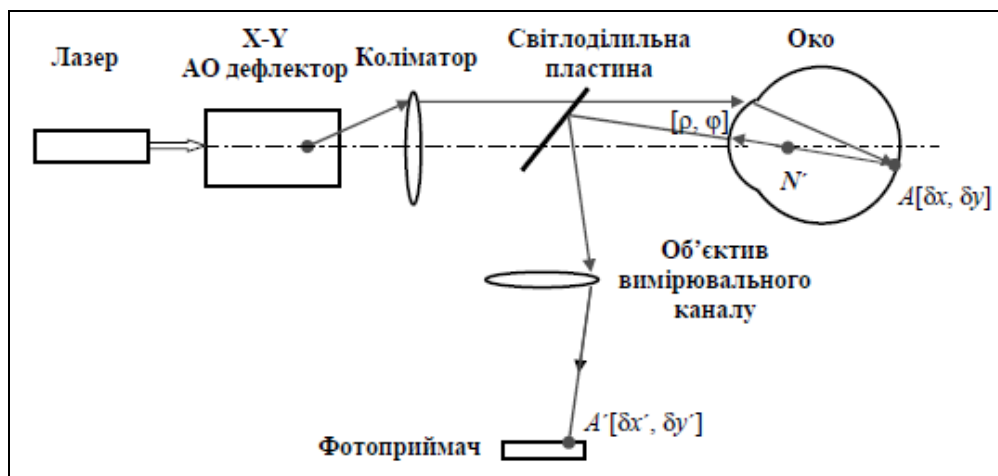


Рис. 1. Спрощена функціональна схема абераметра рейтресингового типу

При цьому процесі відбувається почергове проєціювання променя паралельно вісі ока за допомогою лазера, дефлектора та коліматора, що проходить через світлоділильну пластину.

Зондування променем може відбуватися за схемою, що представлена на рисунку 2, а.

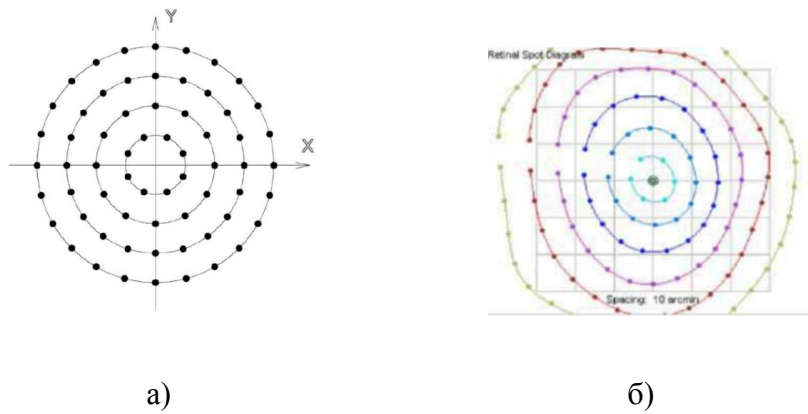


Рис. 2. Розподіл зондуючих променів на (а) зіниці та (б) сітківці

Промінь, проходячи через оптичну систему ока, попадає на сітківку та за допомогою оптично спряженої системи, що утворюється світлоділильною пластинною та об'єктивом вимірювального каналу, сприймається фотоприймачем як точка  $A'[\delta x', \delta y']$ , що відповідає відповідним поперечним абераціям (тобто точці  $A[\delta x, \delta y]$ ). Можливий варіант результуючого розподілу променів на сітківці показано на рисунку 3.

При дослідженнях, що направлені на спрощення та вдосконалення раніше згаданого методу однопроменевої аберометрії ока [2-3], однією із задач є визначення оптимального розміщення заданої кількості зондуючих променів на зіниці ока (див. рис. 2, а). Оптимальність такого розміщення полягає в мінімізації різниці відстаней між променями на кожному із концентричних кіл. Для подальшого формулювання задачі розглянемо конфігурацію, що складається із  $m$  концентричних кіл ( $m > 2$ ) та вміщує в собі  $N$  променів, де відстані між променями для кожного концентричного кола виражаються як:

$$l_i \approx \frac{2\pi R}{m} \frac{i}{x_i}, \quad (1)$$

де  $l_i$  – відстань між зондуючими променями  $i$ -го концентричного кола ( $i = 1..m$ );  $R$  – максимальний радіус поверхні зіниці, що зондується;  $m$  – кількість концентричних кіл,  $x_i$  – кількість променів в  $i$ -ому концентричному колі.

Відповідно, функція оптимізації являє собою комбінацію всіх можливих квадратів різниць відстаней, що представлені у (1), і її можна записати у наступному вигляді:

$$L = \sum_{i=2}^m \left( \frac{2\pi R}{m} \frac{i}{x_i} - \frac{2\pi R}{m} \frac{i-1}{x_{i-1}} \right)^2 \quad (2)$$

При мінімізації даної функції у формулюванні (2) основним є знаходження кількості променів ( $x_1, x_2, \dots, x_m$ ) для  $m$  концентричних кіл. Проте, для подальшої оптимізації потрібно спростити функцію  $L$ . Це можна здійснити, врахувавши наступні моменти:

- множник  $2\pi R/m$  можна винести за знак суми рівняння (2), а отже він не

впливає на кінцевий результат оптимізації;

- в даній задачі основною є мінімізація різниць відстань, а саме досягнення їхньої рівності. Тому без впливу на кінцевий результат, можна взяти до розгляду не різницю відстаней, а різницю їх обернених величин.

Зі всього вищезгаданого рівняння (2) можна трансформувати в наступне:

$$w = \sum_{i=2}^m \left( \frac{x_i}{i} - \frac{x_{i-1}}{i-1} \right)^2 \quad (3)$$

Проте, для подальшої роботи із функцією (3) представимо її у матричному вигляді для задачі квадратичного програмування, а саме:

$$w = \frac{1}{2} X^T H X + f^T X, \quad (4)$$

де, виходячи із аналізу рівняння (3), вектори X та f мають наступний вигляд:

$$X_{m \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, \quad f_{m \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

Матриця H описується як матриця  $m \times m$ , де кожен елемент утворюється відповідно до наступної системи рівнянь:

$$h_{ij} = \begin{cases} 2, i = j = 1 \\ 2/m^2, i = j = m \\ 4/ij, i = j \\ -2/ij, |i - j| = 1 \\ 0, |i - j| > 1 \end{cases} \quad (6)$$

Також для даної задачі накладаються наступні обмеження:

- кількість променів в кожному колі не менше 3 (щоб сформувати хоча б трикутник) і не перевищує загальної кількості променів для зондування N;
- сума всіх зондуючих променів дорівнює N.
- кількість променів в кожному колі є ціле число.

Остаточний вигляд задачі мінімізації можна записати як:

$$w = \sum_{i=2}^m \left( \frac{x_i}{i} - \frac{x_{i-1}}{i-1} \right)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3 \leq x_i \leq N, i = 1..m \\ \sum_{i=1}^m x_i = N \\ x_i \in Z, i = 1..m \end{cases} \quad (7)$$

Розв'язок задачі виконано в середовищі Matlab. За основу взято задачу з обмеженнями, що вказані в (7) та форму подачі функції оптимізації за рівняннями (4)-(6). В якості вхідних параметрів при оптимізації вказуються:

- кількість концентричних кіл m;

- кількість зондуючих променів  $N$ ;
- радіус площі зондування зіниці  $R$  в мікрометрах.

Під час розв'язку, виконується попередня оптимізація послабленої задачі, що описана в (7). Для отримання цілочислених значень додатково застосовується алгоритм гілок, що зазвичай використовується для дискретної задачі лінійного програмування. Візуалізація результатів оптимізації для кількох випадків розміщення показана на рисунку 4.

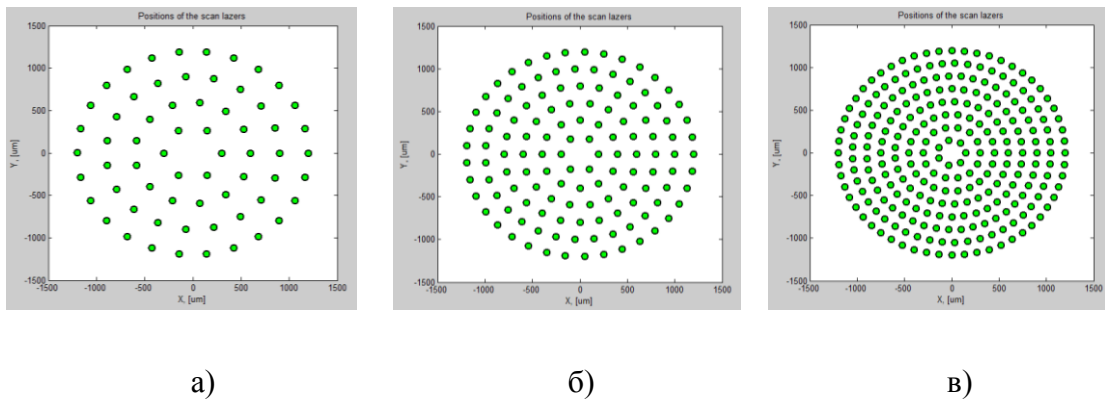


Рис. 4. Візуалізація розміщення зондуючих променів при:

- (а)  $m = 4$ ,  $N = 64$ ,  $R = 1200$  мкм;
- (б)  $m = 6$ ,  $N = 128$ ,  $R = 1200$  мкм;
- (в)  $m = 8$ ,  $N = 256$ ,  $R = 1200$  мкм

Таким чином представлено метод рівномірного розміщення зондуючих променів. Даний метод полягає в розв'язку задачі мінімізації, що представлена у вигляді задачі квадратичного програмування із застосуванням методу гілок.

## Література

1. Молебний В.В., Чиж І.Г., Сокурєнко В.М. Однопроменевий метод вимірювання локального розподілу аберацій ока // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1998. – №4. – С. 130-135.
2. Молебний В.В., Яганов П.О., Климов М.В., Ковальський В.І. Вимірювання аберацій методом рейтрейсингу при негомогенності зондуючих променів // Матеріали конференції PREDT-2016. – 2016. – С. 148 – 149.
3. Kovalsky V., Yaganov P. Modification of the Ray-Tracing Aberrometry Method // ELNANO-2017 Proc. – 2017. – P. 384 – 388.