УДК 623.396.21

МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ІНТЕГРАЦІЇ ДАНИХ СЕНСОРНОЇ МЕРЕЖІ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ СВІДЧЕНЬ

Зайцев О.В.
Воєнно-дипломатична академія імені Євгенія Березняка
E-mail: a_v_zaitsev@ukr.net

Mathematical maintenance of data integration in sensor network based on the theory of evidence

Proposed mathematical maintenance of data integration from different sensors in network based on evidence theory Dempster - Shafer. The theory of Dempster - Shafer is quite a powerful tool for modeling uncertainty and inaccuracy of information received from sensors and allows to obtain quantitative estimates and consider an indicator such as the reliability of each of the sensors involved.

Задачі визначення станів складних та територіально-розподілених об’єктів, з використанням сенсорних мереж (СМ) характеризуються тим, що необхідно інтегрувати інформацію отриману з різних датчиків, яка при цьому може бути неточною та неповною [1,2]. Одним з математичних інструментів для розв'язання таких задач і для моделювання й оброблення неточних (інтервальних) оцінок, вимірювань або спостережень є теорія Демпстера - Шейфера, яка також називається математичною теорією свідчень [3,4].

Аналіз відомого математичного апарату свідчить про наступне [5,6]. Методи теорії ймовірностей не дають можливості вирішити задачу з таких причин: події та факти про об'єкт не завжди відповідають вимогам до обсягів статистичних даних та вибірок, статистичні методи не дозволяють обробляти незнання, постають труднощі з обробленням даних від пов’язаних між собою сенсорів. Методи теорії нечітких множин не дозволяють вирішити таку задачу з причини наявності суб'єктивного фактора уразі використання функції приналежності, що потребує експертних оцінок. Методи теорії свідчень Демпстера -Шейфера є узагальненням статистичної теорії і позбавлені зазначених вище недоліків.

Таким чином метою дослідження є розроблення математичного забезпечення для інтеграції інформації від різних сенсорів на основі теорії свідчень Демпстера-Шейфера.

Теорія Демпстера-Шейфера використовує математичні об'єкти, названі "функціями довіри". Нехай Ω – деяка множина, яка в теорії свідчень називається універсальною множиною. Припустимо, що N спостережень або вимірювань елемента $\omega \in \Omega$ було отримано як інформацію про об'єкт, що підтверджує значення з Ω. При цьому передбачається, що результат вимірювань або спостережень є неточним, тобто являє собою деякий інтервал (підмножину) A значень Ω. Нехай C_i означає кількість спостережуваних підмножин $A_i \subseteq \Omega$, а $P_0(\Omega)$ множина всіх підмножин Ω. Частотна функція m, названа базовою ймовірністю, визначається як

$$
\begin{aligned}
&m : P_0(\Omega) \to [0,1],\\
&m(\varnothing) = 0,\\
&\sum_{A \in P_0(\Omega)} m(A) = 1
\end{aligned} \qquad (1)
$$

Базова ймовірність може бути отримана як $m(A_i) = c_i / N$. Якщо $m(A_i) > 0$, то A_i називають фокальним елементом. Функція довіри позначається *Bel(A)*, функція правдоподібності позначається як *Pl(A)* і для події $A \subseteq P_0(\Omega)$ визначаються як

$$
Bel(A) = \sum_{A_i : A_i \subseteq A} m(A_i),\ Pl(A) = \sum_{A_i : A_i \cap A \neq \varnothing} m(A_i). \qquad (2)
$$

Інформацію у вигляді наборів фокальних елементів з їхніми базовими ймовірностями можна отримати з різних сенсорів (джерел). Ці джерела дають різні дані про один і той самий об'єкт або явище, але є незалежними. Для комбінування даних, отриманих з незалежних джерел, використовують ряд правил.

Припустимо, що є два джерела даних. Перше джерело дає *N₁* спостережень (свідчень) $A_i^{(1)} \subseteq \Omega, i = 1,\ldots,n_1$, і c_1 - кількість спостережуваних множин A_1. Друге джерело дає N_2 спостережень $A_i^{(2)} \subseteq \Omega, i = 1,\ldots,n_2$, і c_2 - кількість спостережуваних множин A_2.

Правило інтеграції Демпстера основане на припущенні, що джерела даних абсолютно незалежні. Позначимо базові ймовірності фокальних елементів, отриманих з першого й другого джерел, у такий спосіб: $m_1(A_i^{(1)}) = c_i^{(1)} / N_1$, $m_2(A_i^{(2)}) = c_i^{(2)} / N_2$.

Тоді інтегральна базова ймовірність обчислюється за формулою

$$
m_{12}(A) = \frac{1}{1-K} \sum_{A_i^{(1)} \cap A_j^{(2)} - A} m_1(A_i^{(1)}) m_2(A_j^{(2)}), \qquad (3)
$$

$$
\text{де } K = \sum_{A_i^{(1)} \cap A_j^{(2)} - \varnothing} m_1(A_i^{(1)}) m_2(A_j^{(2)}) \text{ й } m_{12}(\varnothing) = 0. \qquad (4)
$$

Правило інтегрування Демпстера припускає абсолютну надійність джерел інформації. Однак існує завжди сумнів, що джерела абсолютно надійні. Для того щоб врахувати надійність джерел, пропонується використовувати дисконтування базових ймовірностей деяким коефіцієнтом $\alpha \in [0,1]$, що характеризує надійність джерела, тобто множення базової ймовірності на α. У результаті для кожного фокального елемента *A* одержуємо нові базові ймовірності $m^{\alpha}(A) = (1-\alpha)m(A)$.

Щоб виконати умову нормування базових ймовірностей (сума базових ймовірностей усіх фокальних елементів дорівнює одиниці), при дисконтуванні додається базова ймовірність усієї множини Ω, тобто $m^{\alpha}(\Omega) = \alpha + (1-\alpha)m(\Omega)$.

Теорія Демпстера-Шейфера є досить потужним інструментом для моделювання неточності й невизначеності інформації. На основі цієї теорії можна моделювати повну відсутність вихідної інформації. Функції довіри й правдоподібності деякої події можна розглядати як верхню й нижню границі ймовірності цієї події. З цього погляду теорія Демпстера-Шейфера не є альтернативою теорії ймовірностей, а доповнює й узагальнює її.

Розглянемо випадок неточних або інтервальних спостережень (експертних оцінок станів об'єкта) в задачі прийняття рішення. Нехай є кількість c_i інтервальних оцінок $A_i \subseteq \Omega, i = 1,\ldots,M$. При цьому $\sum_{k=1}^{M} c_k = N$. Також J_i – множина індексів станів об'єкта, де $A_i = \{\omega_j : j \in J_i\}$.

Оскільки точний розподіл ймовірностей станів об'єкта невідомо, то очевидно, що тільки інтервал може бути отриманий на основі наявної інформації. При цьому, якщо відомі базові ймовірності $m_1(A_i) = c_i / N$ відповідних інтервалів $A_i, i = 1,\ldots,M$, то нижню й верхню границі математичного очікування функції корисності (очікуваної корисності) у разі використання чистої стратегії можна найти з виразів:

$$\underline{E}u_r = \sum_{A_k \subseteq \Omega} \min_{i:\omega_i \in \varnothing} u_{ri} \cdot m(A_i) = \frac{1}{N} \sum_{A_k \subseteq \Omega} \min_{i:\omega_i \in \varnothing} u_{ri} \cdot c_i, \quad (5)$$

$$\overline{E}u_r = \sum_{A_k \subseteq \Omega} \max_{i:\omega_i \in \varnothing} u_{ri} \cdot m(A_i) = \frac{1}{N} \sum_{A_k \subseteq \Omega} \max_{i:\omega_i \in \varnothing} u_{ri} \cdot c_i. \quad (6)$$

Таким чином, для кожної альтернативи обчислюють нижню і верхню границю очікуваної корисності. Далі розв'язок задачі зводиться до порівняння інтервалів $\left\lfloor \underline{E}u_r, \overline{E}u_r \right\rfloor$.

Висновки. Запропоновано математичне забезпечення інтеграції даних сенсорної мережі, в основу якої покладено теорію свідчень Демпстера - Шейфера. Технологія дозволяє доволі просто інтегрувати дані від різних джерел і отримувати кількісні оцінки. Такі оцінки можуть бути як точковими, так і інтервальними (з обчисленням границь існування величини довіри або правдоподібності оцінки). Підвищенню достовірності оцінок сприяє також те, що при проведенні розрахунків враховується такий показник, як надійність кожного із задіяних джерел даних.

Литература

1. Кучерявый Е. А. Принципы построения сенсоров и беспроводных сенсорных сетей / Е. А. Кучерявый, С. А. Молчан, В. В. Кондратьев // Электросвязь. – 2006. – № 6. – С. 46-54.
2. K. Martinez. Environmental Sensor Networks/ K. Martinez, J. K. Hart, R. Ong // Computer. – 2004. – №37(8). – P. 50-56.
3. Shafer G. A mathematical theory of evidence / G. Shafer - Princeton: Princeton University Press, 1976. - 297 p.
4. Beynon M.J. The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling / M.J. Beynon, B.Curry, P.Morgan // Omega. - 2000. - Vol. 28. No 1. - P. 37–50.
5. Уткин Л.В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации. – СПб. : Наука, 2007. – 404 с.
6. Пытьев Ю.П. Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применение. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 464 с.