

## УЗАГАЛЬНЕННЯ СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ З ПРІОРИТЕТАМИ

**Уривський Л.О., Гахова Г.С.**  
(ORCID: 0000-0002-4073-9681)

*Інститут телекомунікаційних систем НТУУ «КПІ», Україна*  
*E-mail: leonid\_uic@ukr.net, anna.gakhova@gmail.com*

### Generalization queuing system with a priority

The model that combines the generalized analytic form for all known applications a variety of service in QS is described. The chart conversion system states, generalized mathematical expression, as well as individual cases in a system without priorities, service system with an absolute, relative, combined priority and a system with elongate service is shown.

Пріоритетні системи обслуговування є інструментом подолання конфліктів, пов'язаних з фактором обмеження ресурсів обслуговування заявок в системах масового обслуговування (СМО) [1-3].

Спроба встановлення зв'язку щодо передавання повідомлення відповідного типу реєструється як заявка на обслуговування в СМО. Наприклад, заявки, які поступають для встановлення голосового сеансу зв'язку, мають вищий (1-й) пріоритет, а заявки, що поступають для організації каналу передачі даних, мають нижчий (2-й) пріоритет.

Різні варіанти обслуговування мають самостійні математичні моделі, які дозволяють обчислити характеристики відповідних систем [2-4].

Розглянемо СМО з одним прибором обслуговування та двома вхідними потоками різних або однакових пріоритетів, які мають числові характеристики, пов'язані з інтенсивністю надходження заявок відповідного типу ( $\lambda_1, \lambda_2$ ) та інтенсивністю їх обслуговування ( $\mu_1, \mu_2$ ).

Нижче надана модель, яка поєднує в узагальненому аналітичному вигляді всі відомі різновиди обслуговування заявок в СМО.

Розглянемо узагальнену систему масового обслуговування (рис. 1), де змінні  $\lambda_{12}$ ,  $\mu_{21}$  та  $\mu_{22}$  є інструментами ситуаційного управління пріоритетною системою.

Знайдемо ймовірність простою прибору обслуговування  $P_0$ . Для цього складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} P_0(\lambda_1 + \lambda_2) = P_1 \cdot \mu_1 + P_2 \cdot \mu_2 \\ P_1 \cdot \mu_1 = P_0 \cdot \lambda_1 + P_{2-1} \cdot \mu_{21} \\ P_2(\mu_2 + \lambda_{12}) = P_0 \cdot \lambda_2 + P_{2-1} \cdot \mu_{22} \\ P_{2-1}(\mu_{21} + \mu_{22}) = P_2 \cdot \lambda_{12} \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \end{cases} \quad (1)$$

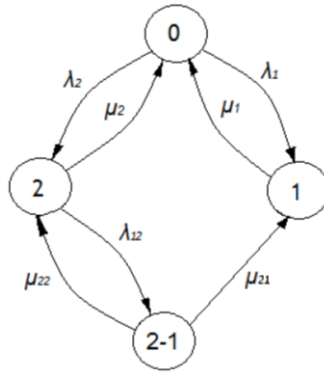


Рис.1. Узагальнена СМО з двома потоками та одним приладом обслуговування

Виразимо  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_{2-1}$  через  $P_0$ , отримаємо:

$$P_1 = P_0 \cdot \rho_1 + P_0 \cdot \frac{\lambda_2 \cdot \mu_{21} \cdot \lambda_{12}}{(\mu_2 + \lambda_{12} - \frac{\lambda_{12} \cdot \mu_{22}}{\mu_{12}}) \mu_{12} \cdot \mu_1} \quad (2)$$

$$P_2 = P_0 \cdot \frac{\lambda_2}{(\mu_2 + \lambda_{12} - \frac{\lambda_{12} \cdot \mu_{22}}{\mu_{12}})} \quad (2)$$

$$P_{2-1} = P_0 \cdot \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_{12}}{(\mu_2 + \lambda_{12} - \frac{\lambda_{12} \cdot \mu_{22}}{\mu_{12}}) \mu_{12}} \quad (3)$$

де  $\mu_{12} = \mu_{21} + \mu_{22}$ . (3)

Отримані значення підставимо в умову нормування:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_{2-1} = 1 \quad (4)$$

Таким чином, ймовірність простою приладу обслуговування  $P_0$  у випадку узагальненої СМО:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \frac{\lambda_2 \cdot \mu_{21} \cdot \lambda_{12}}{(\mu_2 \cdot \mu_{12} + \lambda_{12} \cdot \mu_{21}) \mu_1} + \frac{\lambda_2}{(\mu_2 \cdot \mu_{12} + \lambda_{12} \cdot \mu_{21})} + \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_{12}}{(\mu_2 \cdot \mu_{12} + \lambda_{12} \cdot \mu_{21})}} \quad (5)$$

Впевнімося, що ця формула при підстановці різних умов відповідає моделям відомих видів СМО.

1. Система з двома потоками без пріоритету та з одним приладом обслуговування:  $\lambda_{12} = 0$ ;  $\mu_{21} = 1$ ;  $\mu_{22} = 0$ .

Тоді отримаємо, підставивши ці умови в (5), отримаємо вираз (6):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2}} = \frac{1}{1 + \rho_1 + \rho_2} \quad (6)$$

2. Система з відносним пріоритетом повинна задовольняти таким умовам:

$$\lambda_{12} = \lambda_1; \mu_{21} = \mu_2; \mu_{22} = 0.$$

Тоді із (5) отримаємо вираз (7):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \frac{\lambda_2 \cdot \mu_2 \cdot \lambda_1}{(\mu_2 + \lambda_1) \mu_2 \cdot \mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2 + \lambda_1} + \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1}{(\mu_2 + \lambda_1) \mu_2}} = \frac{1}{1 + \rho_1 (1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} (1 + \frac{\lambda_1}{\mu_2})} \quad (7)$$

3. Система з абсолютним пріоритетом повинна задовольняти таким умовам:

$$\lambda_{12} = \lambda_1; \mu_{21} = \infty; \mu_{22} = 0.$$

Тоді із (5) отримаємо вираз (8)

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1}{(\mu_2 + \lambda_1) \mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2 + \lambda_1}} = \frac{1}{(1 + \rho_1) \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)} \quad (8)$$

4. Система з комбінованим пріоритетом повинна задовольняти:

$$\lambda_{12} = \lambda_1; \mu_{21}^* = \frac{\mu_2}{1 - e^{-\Delta t_0 \mu_2}}; \mu_{22} = 0.$$

Тоді із (5) отримаємо вираз (9):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \frac{\lambda_2 \cdot \mu_2 \cdot \lambda_1}{(\mu_2 + \lambda_1) \mu_2 \cdot \mu_1} + \frac{\lambda_2}{\mu_2 + \lambda_1} + \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1}{(\mu_2 + \lambda_1) \mu_{21}^*}} = \frac{1}{1 + \rho_1 \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_{21}^*}\right)} \quad (9)$$

5. Система з дообслуговуванням:

$$\lambda_{12} = \lambda_1; \mu_{21} = 0; \mu_{22} = \mu_1.$$

Тоді із (5) отримаємо вираз (10):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \frac{\lambda_2}{\left(\mu_2 + \lambda_1 - \frac{\lambda_1 \cdot \mu_1}{\mu_1}\right)} + \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1}{\left(\mu_2 + \lambda_1 - \frac{\lambda_1 \cdot \mu_1}{\mu_1}\right) \mu_1}} = \frac{1}{1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_1 \cdot \rho_2} \quad (10)$$

З урахування позначень, що використані вище, зокрема (3), узагальнений вираз (5) спрощено може бути відображений (11):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \rho_1 + \frac{\rho_2}{\left(\mu_{12} + \frac{\lambda_{12} \cdot \mu_{21}}{\mu_2}\right)} \cdot \left\{ \mu_{12} + \lambda_{12} \cdot \left[ 1 + \frac{\mu_{21}}{\mu_1} \right] \right\}} \quad (11)$$

Отже, вираз (11) є узагальненою формою опису СМО з п'ятьма незалежними способами обслуговування заявок, де змінні  $\lambda_{12}$ ,  $\mu_{21}$  та  $\mu_{22}$  є інструментами ситуаційного управління пріоритетною системою.

#### Література

1. Урывский Л.А. Обобщение процесса «размножение и гибели» на системы с «конфликтом доступа» // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку: науково-виробничий збірник. – 2009. – № 1. – С. 97-104.
2. Урывський Л.О., Прокопенко К. А., Мешковська В. Л. Методи подолання конфліктів трафіку мови та даних в стандарті мобільного зв'язку класу CDMA// Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку: науково-виробничий збірник. – 2010. – № 3(15). с. 46...52.
3. Урывский Л.А., Ластовченко М.М. Моделирование процессов передачи данных по радиоканалам в вычислительных сетях. – К.:Общество "Знание" УССР, 1983. – 24 с.
4. Урывский Л.А. Модульный метод построения комплексов моделей обслуживания мультисервисных потоков / IV Міжнародна НТК «Проблеми телекомунікацій», Збірник тез. квітень 2010 р. – К.: ІТС НТУУ «КПІ», 2010, с. 22.