

# МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ СКЛАДНИХ НЕЛІНІЙНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

Сільвестров А.М., Скринник О.М.

Національний технічний університет України КІП ім. І. Сікорського, Україна

E-mail: silvestrovanton@gmail.com

## Method Identification of Complex Nonlinear Dependence

The research results are presented in the publication confirm the possibility of developing quite simple analytical model with the proposed method. The accuracy of the approximation meets the requirements of modern mathematical methods and object-oriented modeling. The developed model by this method can be used for analytical calculation of optimal modes of stochastic non-stationary objects, diagnosis of their condition, interpolation and extrapolation variable object.

Пристрій для намотування плівки у рулони складається з ролика і моталки, на валу якої знаходиться бобіна з намотувальним матеріалом. Моталка і ролик мають індивідуальні електроприводи. Завданням електроприводу ролика подачі є підтримка заданої кутової швидкості  $\omega_2$  і, відповідно, лінійної швидкості матеріалу  $V_2$ .

Електропривод моталки є безпосереднім (безредукторним) і створює необхідний натяг матеріалу  $F$ . Відстань між роликами подачі і валом моталки дорівнює  $L$ . Матеріал змотується в рулон на бобіну з початковим радіусом  $r_{10}$ . Матеріал представляє собою в'язко-пружне середовище, яке характеризується модулем пружності  $E$ , коефіцієнтом Пуассона  $\nu$ , шириною  $b$  і товщиною  $h$ .

На підставі кінематичної схеми пристрою, складено розрахункову схему його механічної частини (рис.1).

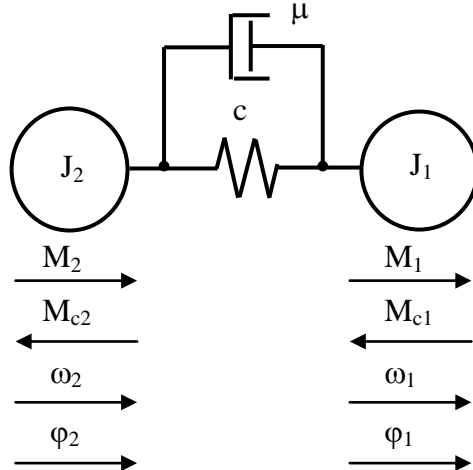


Рис. 1. Розрахункова схема механічної частини системи.

Ланка з моментом інерції  $J_1$  представляє обертові частини електроприводу моталки і рулону, які рухаються під дією моменту електродвигуна  $M_1$  з кутовою швидкістю  $\omega_1$ , проходячи кутовий шлях  $\phi_1$ . Цьому руху протидіє момент опору  $M_{c1}$ , що обумовлений натягом матеріалу, силами тертя, аеродинамічним опором матеріалу та ін. Друга ланка розрахункової схеми характеризує момент інерції електроприводу ролика  $J_2$ , двигун якого створює момент  $M_2$ , забезпечуючи рух з кутовою швидкістю  $\omega_2$  на шляху  $\phi_2$  за дії

моменту опору  $M_{c2}$ . Обидві ланки пов'язані між собою матеріалом, який має подовжню жорсткість  $s$  при розтягуванні

$$s = \frac{E(t)bh}{L}$$

і характеризується коефіцієнтом в'язкого тертя  $m = (0,01 - 0,2)c$  в залежності від матеріалу.

Загальною формою записи рівнянь руху механічної системи (рис.1), є рівняння Лагранжа 2-го роду [1]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{W_K}{\dot{q}_i} \right) - \frac{W_K}{q_i} = Q_i - \frac{W_{II}}{q_i} - \frac{W_D}{\dot{q}_i},$$

де  $W_K$  і  $W_{II}$  – кінетична і потенційна енергія системи;  $W_D$  – енергія дисипації (розсіювання) системи;  $Q_i$  – узагальнена сила;  $q_i$  – узагальнена координата;

$\dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}$  – узагальнена швидкість;  $i$  – кількість рівнянь системи.

Під дією зусилля натягу кожний виток деформує відповідні шари і викликає зміну початкового напруженого стану, міцносних та деформаційних властивостей плівки. Тому важливо встановити математичну залежність відповідних напружень в плівці від радіусу рулону плівки, що намотується. Теоретичні моделі [2, 3] залежностей радіальних  $\sigma_r$  і окружних  $\sigma_\theta$  напруг та відповідних їм деформацій  $\varepsilon_r$  і  $\varepsilon_\theta$  суттєво залежать від неточного або взагалі невідомого параметра  $m$  анізотропії плівки.

Тому доцільно ці залежності визначити експериментальним шляхом з використанням принципу «чорної скриньки» та кусково-аналітичної апроксимації окремих частин експериментальних залежностей звичайними степеневими поліномами з подальшим їх об'єднанням на основі використання селективних вагових функцій, існуючих в усьому діапазоні зміни аргументу. Відповідні питомі напруги вимірювались для ряду радіусів:  $r = 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1, 0.12, 0.15, 0.17, 0.2$  м.

Для ілюстрації доцільності і ефективності запропонованого методу, відповідні залежності апроксимувалися одним поліномом  $8 \div 9$  степені, за якого теоретична модель і експериментальні дані практично співпали в точках експерименту. Однак між деякими точками, внаслідок високої степені полінома, виникали суттєві пульсації, які не відповідають фізичній сутності (гладкості) залежності. Ці пульсації значно погіршують точність апроксимації залежності напруги від радіуса і особливо похідну цієї залежності від часу, яка вказує на ступінь не стаціонарності процесу. В запропонованому методі інтервал зміни радіусу розбивався на два підінтервали; на кожному підінтервалі досить точно залежність напруги від радіусу рулону апроксимувалося за методом найменших квадратів простим степеневим поліномом другого порядку; загальну (для всього діапазону) модель отримували шляхом складання часткових моделей с ваговими селективними функціями, аналітичними в усьому діапазоні зміни радіусу. Тобто замість залежності

$$\sigma(r) = \sum_{i=0}^{8 \div 9} \beta_i r^i \quad (1)$$

використовувалась набагато простіша і коректніша модель

$$\sigma(r) = (\beta_0 + \beta_1 r + \beta_2 r^2) \cdot \eta_1(r) + (\gamma_0 + \gamma_1 r + \gamma_2 r^2) \cdot \eta_2(r), \quad (2)$$

де вагові функції задавались наступним чином:

$$\eta_1(r) = 1 / \left( 1 + \left( \frac{r}{r_1} \right)^N \right), \quad \eta_2(r) = 1 / \left( 1 + \left( \frac{r_1}{r} \right)^N \right), \quad N \gg 1,$$

$r_1$  – значення  $r$  на границі між двома інтервалами  $[0.05, r_1]$ ,  $[r_1, 0.2]$ . Границя  $r_1$  і степінь  $N$  можуть автоматично підбиратися за умови, щоб середньоквадратична або максимальна похибка апроксимації не перевищувала допустиму.

Як. Приклад, на рис.2 наведені апроксимації окружних напружень поліномом (1) і поліномом (2), та їх похідних від радіуса  $r$ , які визначають (важливу для задачі автоматичного керування процесом намотки) ступінь не стаціонарності об'єкта керування. Як витікає з рис.2 модель (1), за тієї ж точності апроксимації залежності  $\sigma_Q/N_0$  від  $r$ , дає похибку по швидкості

$\frac{1}{N_0} \cdot \frac{d\sigma_Q}{dr}$  зміни напружень на декілька порядків більшу, ніж її дійсне значення,

отримане по моделі (2) запропонованим методом. При цьому ще має місце і спрощення структури моделі (2) відносно моделі (1).

Враховуючи простоту і необхідну точність моделі (2) запропонованого метода, відносно моделі (1) і звичайного метода найменших квадратів, доцільно їх широкое впровадження.

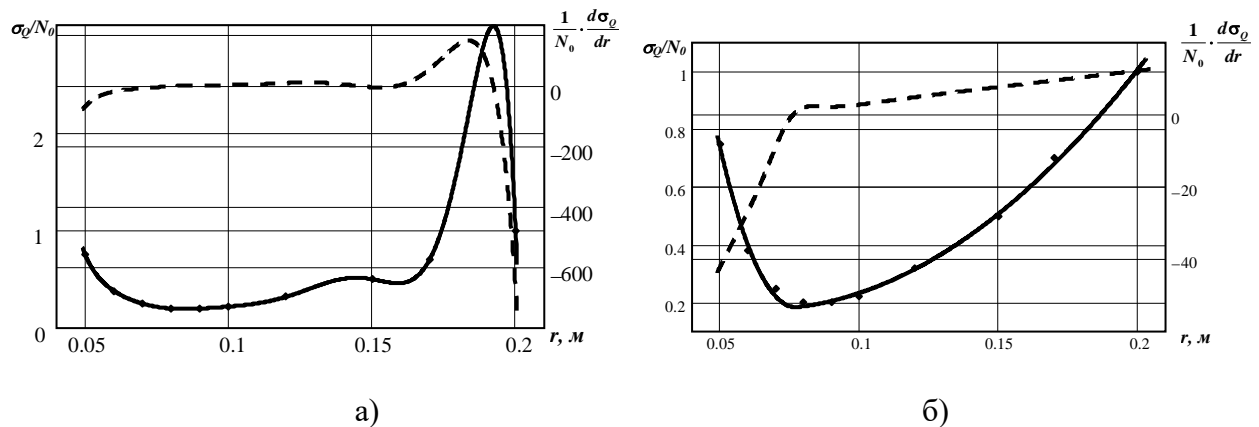


Рис. 2. Розподіл відносних окружних напружень  $\sigma_Q/N_0$  по радіусу рулону плівки  $r$  під час намотування з постійним моментом  $M_H = \text{const}$  на товарний ролик діаметром 100 мм до кінцевого діаметра рулону 400 мм.

## Література

1. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1990. – 607 с.
2. Кириченко Ю.О. Математична модель напружено-деформованого стану рулонованого матеріалу // Вісник КНУТД. – 2004. – № 3. – 123 с.
3. Кострицький В.В., Кириченко Ю.О., Артеменко Л.Ф. Дослідження напружено-деформованого стану рулонованого матеріалу // Вісник КНУТД. – 2004. – № 5. – 163 с.